اصول علم ہندسہ

معروف بہ

تحریر اقلیدس

مقالہ اول و دوم

پوٹ صاحب کی انگریزی اقلیدس سے منشی ذکاء اللہ پروفیسر سنٹرل میور کالج الہ آباد نے

اردو مین ترجمہ کیا

تیسری دفعہ صحیح ہوکر

سنہ ۱۸۷۵ء

مطبع مرتضوی دہلی مین باہتمام حاجی عزیز الدین کے منطبع ہوا

اصول علم ہندسہ

معروف بہ

تحریر اقلیدس

مقالۂ اول

پوٹ صاحب کی انگریزی اقلیدس سے منشی کالی پرشاد پروفیسر سنٹرل میور کالج الہ آباد نے

اردو مین ترجمہ کیا

تیسری دفعہ صحیح ہوکر سنہ ۱۸۷۵ عیسوی

مطبع مرتضوی دہلی مین باہتمام حاجی عزیز الدین کے منطبع ہوا

اصول

علم ہندسہ

اقلیدس

مقالہ اول

حدود

(۱) نقطہ وہ ہے جسکے اجزا نہ ہون یعنی جسکی کچھہ مقدار نہ ہو

(۲) خط نرا طول ہے بغیر عرض کے

(۳) خط کی انتہا پر نقطہ ہوتا ہی اور اس نقطہ کو طرف خط کہتے ہین

(۴) خط مستقیم اوس خط کو کہتے ہین کہ اپنے نقاط اطراف مین ہموار واقع ہو یعنی اونچا نیچا ہو

(۵) بسیط یا سطح وہ ہے جسمین فقط طول و عرض ہو

(۶) سطح کی انتہا پر خط ہوتا ہے اور اس خط کا نام طرف سطح ہے

(۷) سطح مستوی وہ ہی کہ جسپر کوئی سے دو نقطے مقرر کرین تو اونکے درمیان خط مستقیم کھچا گیا بالکل اوسی سطح مین واقع ہو کوئی جزاوسکا باہر سطح سے نہ نکل جائے

(۸) ایک سطح مین دو خط باہم ملین مگر ملکر ایک خط نہ بنجائین تو اون مین سے ایک خط کو جو میلان دوسرے خط کے ساتھہ ہوتا ہے اوسے زاویہ مسطحہ کہتے ہین

(۹) دو خط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ ہو جائین تو اون مین سے ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتھہ ہوتا ہے اوسے زاویہ مسطحہ مستقیمۃ الخطین کہتے ہین +

انتباہ

جب کئی زاوئے کسی ایک نقطہ مثلاً ب پر واقع ہون تو اونمین سے ہر ایک زاویہ تین حرفون سے بیان کیا جاتا ہے اور ان حرفون کے لکھنے کی ترکیب یہہ ہے کہ زاویہ کے راس پر یعنی جس نقطہ پر خطوط مستقیم زاویہ بنانیوالے ملتے ہین ایک حرف لکھا ہوا ہوتا ہے اوسے بیچمین لکھتے ہین اور اوسکے ادہر اودہر اُن دو حرفون کو لکھتے ہین جنمین سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کے کسی مقام پر مرقوم ہوتا ہے اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کے کسی مقام پر مثلاً زاویہ کہ مابین خطوط مستقیم اب اور س ب کے واقع ہے زاویہ اب س یا س ب ا اور زاویہ کہ درمیان خطوط مستقیم اب اور د ب کے واقع ہے زاویہ اب د یا د ب ا اور زاویہ کہ خطوط مستقیم د ب اور س ب کے مابین واقع ہے زاویہ د ب س یا س ب د کہلائیگا لیکن اگر ایک نقطہ پر ایک ہی زاویہ واقع ہے تو وہ زاویہ صرف ایک حرف سے جو اوس نقطہ پر لکھا ہوا ہو تعبیر ہوگا جیسا کہ زاویہ ی کا ہے

(۱۰) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم اسطرح سے قائم ہو کہ زاوئے متصلہ جو اوسنے اپنے پہلوؤن مین پیدا کئے ہین آپسمین برابر ہون تو اون زاویون مین سے ہر ایک زاویہ کو قائمہ کہتے ہین اور خط مستقیم جو کہڑا ہے اوسے دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہین

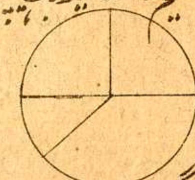
(۱۱) زاویہ قائمہ سی جو زاویہ بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہین

(۱۲) زاویہ قائمہ سی جو زاویہ چھوٹا ہو اوسے زاویہ حادہ کہتے ہین

(۱۳) حد کسی شے کی طرف کو کہتے ہین

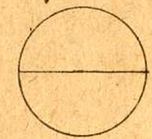
(۱۴) شکل وہ ہے جسی ایک حد یا کئی حدون نے احاطہ کیا ہو

(۱۵) دائرہ اوس سطح کو کہتے ہین کہ جسکو ایک خط نے جسکا نام محیط ہے گھیرا ہوا اور اوسکے بیچمین ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنے خطوط مستقیم اوسکے محیط تک کھیچین وہ سب باہم متساوی ہون

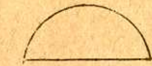


(۱۶) اس خاص نقطہ کا نام مرکز دائرہ ہی

(۱۷) قطر دائرہ کا وہ خط مستقیم ہے کہ مرکز پر سے گذرے اور محیط پر دونو طرف منتہی ہو



(۱۸) نصف دائرہ وہ شکل ہے کہ مابین قطر اور اوس حصہ محیط کے کہ اس قطر سے قطع ہوا ہے واقع ہو



(۱۹) نصف دائرہ کا مرکز اور دائرہ کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے

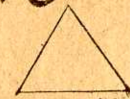
(۲۰) اشکال مستقیمۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو خطوط مستقیم نے گھیرا ہو

(۲۱) اشکال مثلثی یا ذو ثلاثۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو تین خطوط مستقیم نے گھیرا ہو

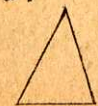
(۲۲) اشکال ذو اربعۃ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو چار خطوط مستقیم نے گھیرا ہو

(۲۳) اشکال کثیر الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو چار سے زیادہ خطوط مستقیم نے گھیرا ہو

(۲۴) اشکال مثلثی مین مثلث متساوی الاضلاع وہ ہی جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون

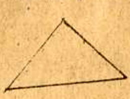


(۲۵) مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی جسکے دو ضلعے آپسمین متساوی ہون۔



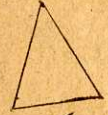
(۲۶) مختلف الاضلاع وہ مثلث ہی جسکے تینون ضلعے غیر متساوی ہون

(۲۷) مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو



(۲۸) مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہو





(۲۹) مثلث حاد الزوایا وہ مثلث ہی جسکے تینون زاوی حادے ہون

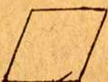
(۳۰) ذو اربعۃ الاضلاع شکلون یعنی چار ضلعے کی شکلون مین سے مربع وہ شکل ہے جسکے چارون ضلعے آپسمین متساوی ہون اور چارون زاوئے قائمے ہون



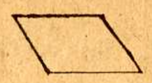
(۳۱) مستطیل وہ ہے جسکے زاوی قائمے ہون مگر سب اضلاع اوسکے مساوی نہون



(۳۲) معین وہ شکل ہے کہ جسکے سب ضلعے آپسمین مساوی ہون مگر زاوئے اوسکے قائمے نہون

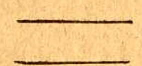


(۳۳) شبیہ بالمعین وہ شکل ہے جسکے مقابل کے ضلعے آپسمین برابر ہون لیکن نہ اوسکے سب ضلعے آپسمین برابر ہون اور نہ اوسکے زاوئے قائمی ہون



(۳۴) سوا ان شکلون کے ہر ذو اربعۃ الاضلاع منحرف کہلاتی ہے

(۳۵) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح مین ہوتی ہین کہ اونکو سیدھا جہانتک چاہین دونو طرف کھیچین تو وہ آپسمین ایک دوسرے سے نہ ملین



(۳۶) متوازی الاضلاع وہ شکل ہے جسکے مقابل کے ضلعے متوازی ہون اور قطر یا وتر متوازی الاضلاع کا وہ خط مستقیم ہے کہ مقابل کے زاویون مین ملایا جائے

یہ حدود بتا دے

اصول موضوعہ

یعنی ایسی باتین جنکو تسلیم کر لیا ہے اور وہ یہہ باتین ہین

(۱) اس بات کو تسلیم کرلو کہ کسی ایک نقطہ سے کسی دوسرے نقطہ تک خط کہینچ سکتے ہین

(۲) ایک خط مستقیم محدود کو سیدہا جہانتک چاہین بڑہالین

(۳) جس مرکز اور جس دوری یا بعد یا فاصلہ پر مرکز سے چاہین دائرہ کہینچ لین

علوم متعارفہ یعنی ایسی ظاہر باتین جو دلیل کی محتاج نہین

(۱) اگر کئی چیزین ایک چیز کے برابر ہون تو وہ چیزین سب آپسمین برابر ہوتی ہین

(۲) اگر برابر چیزون پر برابر برابر چیزین زیادہ کرین تو بعد زیادتی کے جو چیزین حاصل ہونگی وہ بہی آپسمین برابر ہونگی

(۳) اگر برابر چیزون مین سے برابر برابر کم کرین تو بعد کمی کے بہی جو چیزین حاصل ہونگی وہ بہی آپسمین برابر ہونگی۔

(۴) اگر غیر مساوی چیزون پر برابر برابر زیادہ کرین تو بعد زیادتی کے جو چیزین حاصل ہونگی وہ غیر مساوی ہون گی

(۵) اگر غیر مساوی چیزون مین سے برابر برابر کم کرین تو بعد کمی کے جو چیزین حاصل ہونگی وہ غیر مساوی ہونگی

(۶) جو چیزین ایک ہی چیز کی دو چند ہون وہ آپسمین برابر ہوتی ہین

(۷) جو چیزین ایک ہی چیز کی نصف ہون وہ آپسمین برابر ہوتی ہین

(۸) جو مقدارین ایک دوسرے پر منطبق ہوتی ہین یعنی ایک ہی جگہ گہیرتی ہین آپسمین متساوی ہوتی ہین

(۹) کل اپنے جز سے بڑا ہوتا ہے

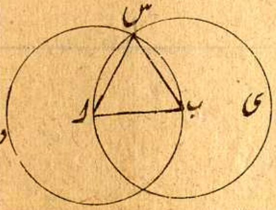
(۱۰) دو خطوط مستقیم سطح کو نہین گہیرتے

(۱۱) سب زاوئے قائمے آپسمین برابر ہوتے ہین

(۱۲) اگر دو خطوط مستقیم پر ایک مستقیم سطح سے واقع ہوکہ دو زاوئے اپنی ایک جانب مین دو قائمون سے چہوٹے پیدا کرے تو وہ خطوط مستقیم لگاتار کہینچے جانے سے کہین نہ کہین آخر کار

اوس جانب مین کہ زاوئے دو قائمون سے کم ہین ملجائینگے

پہلی شکل عملی



ایک محدود خط مستقیم معلوم پر مثلث متساوی الاضلاع بناؤ

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے

مطلوب یہہ ہے کہ اب پر مثلث متساوی الاضلاع بنائین

بحکم { ۳ اصل موضوعہ کے } ا کے مرکز اور اب کے بُعد پر دائرہ ب س د کہینچو

اور ب کے مرکز اور ب ا کے بُعد پر دائرہ ا س ی کہینچو

اور بحکم { ۱ اصل موضوعہ } کے نقطہ س سے جسپر دائرے تقاطع کرتے ہین خطوط مستقیم س ا اور س ب نقاط ا اور ب تک کہینچو

تو اب س مثلث متساوی الاضلاع مطلوب ہوگا

چونکہ ا مرکز دائرہ ب س د کا ہے

اسلئے بحکم { ۱۵ احد } کے ا س برابر ہے اب کے

اور چونکہ ب مرکز دائرہ ا س ی کا ہے

اسلئے ب س برابر ہے ب ا کے

لیکن ثابت ہوچکا ہے کہ ا س برابر ہے اب کے

اسلئے س ا اور س ب مین سے ہر ایک برابر ہوا اب کے

لیکن بحکم { ۱ علوم متعارفہ } کے جو چیزین ایک ہی چیز کے برابر ہون وہ آپسمین برابر ہوتی ہین

اسواسطے ا س برابر ہے ب س کے

پس اسلئے اب اور ب س اور س ا آپسمین برابر ہوئے

اور اب س مثلث متساوی الاضلاع ہوا

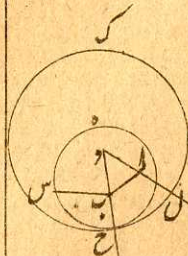
اور وہ خط مستقیم معلوم ا ب پر کہینچا ہوا ہے۔ اور یہی عمل مطلوب تہا

دوسری شکل عملی

ایک نقطہ معلوم سے ایک خط مستقیم معلوم کی برابر ایک اور خط مستقیم کہینچو

فرض کرو کہ ا نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہے

مطلوب یہہ ہی کہ نقطہ ا سے ایک خط مستقیم برابر ب س کی کہینچین



بموجب پہلے اصول موضوعہ کے ا اور ب مین خط مستقیم وصل کرو

اور بحکم { ا ش ا م } کے ا ب پر مثلث متساوی الاضلاع د ا ب بناؤ

اور بموجب { ۲ اصول موضوعہ } کے د ا اور د ب کو نقاط ی اور ف تک خارج کرو

اور بموجب { ۳ اصول موضوعہ } ب کو مرکز اور ب س کی بُعد پر دائرہ س ج ہ کا د ف کو نقطہ ج پر کاٹتا ہوا کہینچو

اور د کو مرکز اور د ج کے بُعد پر دائرہ ج ک ل کا د ی کو نقطہ ل پر کاٹتا ہوا کہینچو

تو خط ا ل برابر ہوگا ب س کے

چونکہ ب مرکز دائرہ س ج ہ کا ہے

اسلئے بموجب { ۱۵ احد } کے ب س برابر ہے ب ج کے

اور چونکہ د مرکز دائرہ ج ک ل کا ہے

اسلئے د ل برابر ہے د ج کے

اور بموجب { ا ش ا م } کے اون کے حصے د ا اور د ب آپسمین برابر ہین

تو بموجب { ۳ علوم متعارفہ } کے باقی حصہ ا ل برابر ہے باقی حصہ ب ج کے

لیکن یہہ پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ ب س برابر ہے ب ج کے

اسواسطے ا ل اور ب س مین سے ہر ایک برابر ہوا ب ج کے

لیکن چیزین جو ایک چیز کے برابر ہوتی ہین وہ آپسمین برابر ہوتی ہین

اسواسطے بحکم { ۱ علوم } کے ا ل برابر ہے ب س کے

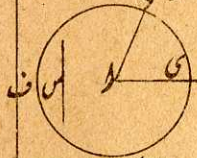
پس نقطہ معلومہ ا سے خط مستقیم ا ل برابر خط مستقیم معلوم ب س کے کہینچ گیا اور یہی عمل مطلوب تہا

تیسری شکل عملی

دو خطوط مستقیم معلوم مین جو بڑا خط ہو اوسمین سے ایک حصہ برابر چہوٹے خط کے قطع کرو

فرض کرو کہ ا ب اور س دو خطوط مستقیم معلوم ہین اور اونمین ا ب بڑا ہے

مطلوب یہہ ہی کہ ا ب مین سے ایک حصہ برابر س کے قطع کرین



پس بحکم { ۲ ش ا م } کے نقطہ ا سے خط مستقیم ا د برابر س کی کہینچو

اور بموجب { ۳ اصول موضوعہ } کے ا کے مرکز اور ا د کے بُعد پر دائرہ د ی ف کا ا ب کو نقطہ ی پر کاٹتا ہوا کہینچو

تو ا ی برابر س کے ہوگا

چونکہ ا مرکز دائرہ د ی ف کا ہے

اسلئے بموجب { ۱۵ احد } کے ا ی برابر ہے ا د کے

لیکن خط مستقیم س کے برابر ا د بنایا ہے

اسیواسطے ا ی اور س مین سے ہر ایک برابر ا د کے ہے

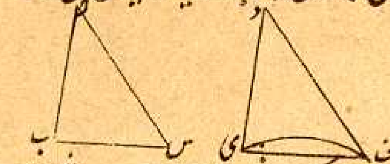
تو بموجب (۱ علوم متعارفہ) کے ا ی برابر ہے س کے

اسواسطے ا ب مین سے جو دونون خطوط مستقیم معلوم مین بڑا تہا ایک حصہ ا ی برابر چہوٹے خط مستقیم معلوم س کے قطع ہوگیا۔ اور یہی عمل مطلوب تہا

چوتہی شکل اثباتی

اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کی دو ضلعے برابر ہون دوسرے مثلث کی دو ضلعون کے ہر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاویے درمیانی ان ضلعون کے بھی آپس مین برابر ہون تو انکی قاعدے یعنے تیسرے ضلعے بھی آپسمین برابر ہونگے اور مثلث بھی آپسمین برابر ہونگے اور اونکے اور زاویے بھی جنکے مقابل برابر ضلعے ہین موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہونگے

فرض کرو کہ دو مثلث اب س اور دی ف مین دو ضلعے اب اور ا س برابر ہون دو ضلعو دی اور د ف کے ہر ایک اپنی اپنی نظیر کو یعنے اب برابر دی کے اور ا س برابر د ف کے اور زاویے درمیانی ب ا س برابر زاویہ درمیانی ی د ف کے



تو قاعدہ ب س برابر ہوگا قاعدہ ی ف کے اور مثلث اب س برابر مثلث دی ف کے اور زاویے جو مقابل برابر ضلعون کے واقع ہین آپسمین برابر ہونگے یعنے زاویہ اب س برابر زاویہ دی ف کے اور زاویہ ا س ب برابر ہوگا زاویہ د ف ی کے

اسواسطے کہ اگر مثلث اب س مثلث دی ف پر اسطرح سے چسپان کیا جائے کہ نقطہ ا نقطہ د پر منطبق ہو اور خط مستقیم اب خط مستقیم دی پر

تو اس سبب سے کہ اب برابر ہے دی کے

نقطہ ب نقطہ ی پر منطبق ہوا

اور جب اب منطبق دی پر ہوا

تو زاویہ ب ا س اور زاویہ ی د ف کے آپسمین برابر ہونے سے

خط مستقیم ا س منطبق د ف پر ہوا

اور چونکہ ا س برابر ہے د ف کی تو نقطہ س منطبق نقطہ ف پر ہوا

لیکن نقطہ ب کا منطبق ہونا نقطہ ی پر ثابت ہو چکا ہے

پس نقطہ ب نقطہ ی پر اور نقطہ س نقطہ ف پر منطبق ہوتا ہے

تو قاعدہ ب س منطبق قاعدہ ی ف پر ہوگا

اسلئے کہ اگر قاعدہ ب س منطبق قاعدہ ی ف پر نہو تو دو خطوط مستقیم ب س اور ی ف ایک سطح کو گھیر لینگے اور یہہ بموجب {۱۰ علوم متعارفہ} کے ناممکن ہے

پس اسلئے قاعدہ ب س منطبق قاعدہ ی ف پر ہوا اور اوسکے برابر ہوا

اور کل مثلث اب س کا مثلث دی ف پر منطبق ہوا اور اوسکے برابر ہوا

اور باقی زاویے ایک مثلث کی منطبق دوسرے مثلث کی باقی زاویون پر ہوئی اور آپسمین برابر ہوئے یعنی زاویہ اب س برابر زاویہ دی ف کے

اسیواسطے اگر دو مثلثون مین دو ضلعے ایک مثلث کے برابر دو ضلعون الخ۔ یہی ثابت کرنا تھا

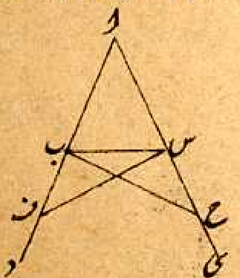
پانچوین شکل اثباتی

مثلث متساوی الساقین کے قاعدہ کے اوپر کے زاویے آپسمین برابر ہوتے ہین اور اگر برابر ساقین خارج کرین تو قاعدے کے نیچے کے بھی زاویے آپسمین برابر ہونگے

فرض کرو کہ اب س ایک مثلث متساوی الساقین ہی جسکا ضلع اب برابر ہے ضلع ا س کے اور یہہ بھی فرض کرو کہ مساوی ساقین اب اور ا س نقاط د اور ی تک خارج کی گئی ہین

تو زاویہ اب س برابر ہوگا زاویہ ا س ب کے اور زاویہ د ب س برابر ہوگا زاویہ ی س ب کے

ب د مین کوئی نقطہ ف کا مقرر کرو



اور بحکم {۳ ش ا م} کے بڑی خط مستقیم ا ی میں سے ا ح برابر ا ف کی قطع کرو۔ اور ملاؤ ف س اور ح ب

چونکہ ا ح برابر ا ف کی بنایا تہا اور اب برابر ا س کے بموجب فرض کے

تو دو ضلعے ف ا اور ا س برابر ہوئی دو ضلعون ح ا اور ا ب کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

تحت القاعدہ کے زاویے آپسمین برابر ہونگے"

اور اونکے درمیان کا زاویہ ف ا ج دونون مثلثون ا ف س اور ا ج ب مین مشترک ہے
اسواسطے بحکم {۴ ش ا م} کے قاعدہ ف س برابر ہے قاعدہ ج ب کے
اور مثلث ا ف س برابر ہے مثلث ا ج ب کی
اور باقی زاوئے ایک مثلث کی برابر ہین دوسرے مثلث کے باقی زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے جنکے سامنے برابر ضلعے ہین
یعنی زاویہ ا س ف برابر ہے زاویہ ا ب ج کے
اور زاویہ ا ف س برابر زاویہ ا ج ب کے
اس سبب سے کہ کل خط ا ف برابر ہے کل خط ا ج کے
اور اونکے حصے ا ب اور ا س آپسمین برابر ہین
بموجب {۳ علوم متعارفہ} کے باقی حصہ ب ف برابر ہوا باقی حصہ س ج کے
اور ف س برابر ج ب کے ثابت ہوچکا ہے
یعنی دو ضلعے ب ف اور ف س برابر ہوگئے دو ضلعون س ج اور ج ب کی موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور پہلے ثابت ہوچکا ہے
کہ زاویہ ب ف س برابر ہے زاویہ س ج ب کے
اور سوا اسکے قاعدہ ب س مشترک دونو مثلثون ب ف س اور س ج ب مین ہے
اسواسطے بحکم {۴ ش ا م} کے یہہ دونون مثلث آپسمین برابر ہین
اور انکے اور زاوئے جو مقابل مساوی اضلاع کے واقع ہین آپسمین موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین
اسواسطے زاویہ ف ب س برابر ہے زاویہ ج س ب کے
اور زاویہ ب س ف برابر ہے س ب ج کے
اور چونکہ یہہ ثابت ہوچکا ہے کہ کل زاوئے ا ب ج برابر ہے کل زاویہ ا س ف کے
اور اونکے حصے زاوئے س ب ج اور ب س ف آپسمین برابر ہین

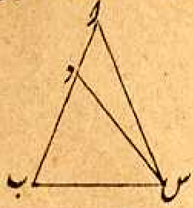
اسواسطے باقی زاویہ ا ب س برابر ہوا باقی زاویہ ا س ب کے
اور یہہ زاوئے مثلث ا ب س کے قاعدہ ب س پر واقع ہین
اور یہہ بہی ثابت ہوچکا ہے
کہ زاویہ ف ب س برابر ہے زاویہ ج س ب کے
اور یہہ زاوئے قاعدہ کے نیچے کے ہین
اسواسطے مثلث متساوی الساقین کے الخ یہی ثابت کرنا تہا

نتیجہ صریح

اسسے ثابت ہوا کہ ہر مثلث متساوی الاضلاع متساوی الزوایا ہوتا ہے

چہٹی شکل اثباتی

اگر ایک مثلث کی دو زاوئے آپسمین برابر ہون تو اونکی مقابل کے ضلعے آپسمین برابر ہونگے
فرض کرو کہ مثلث ا ب س ہے اور اوسکے زاوئے ا ب س اور ا س ب آپسمین برابر ہین
تو ضلع ا ب بہی برابر ہوگا ضلع ا س کے



اسواسطے کہ اگر ا ب برابر ا س کے نہو
تو اونمین سے ایک دوسرے سی بڑا ہوگا
اگر ممکن ہو تو فرض کرو ا ب بڑا ا س سے ہی بحکم {۳ ش ا م} کے ب ا مین سے ب د
برابر چہوٹے خط مستقیم ا س کے قطع کرو اور د س ملاؤ
تو مثلثون د ب س اور ا س ب مین
اسلئے کہ د ب برابر ہے ا س کی اور ب س دونو مثلثون مین مشترک ہے
دو ضلعے د ب اور ب س برابر ہوئے دو ضلعون ا س اور س ب کی موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور بموجب فرض کے زاویہ د ب س برابر ہے زاویہ ا س ب کے

تو بحکم {۴ ش ام} کے قاعدہ د س برابر ہے قاعدہ ا ب کے
اور مثلث د ب س برابر ہے مثلث ا س ب کے
اسلیئے چھوٹا مثلث برابر ہوا بڑے مثلث کے اور یہہ باطل ہے
اسیواسطے ا ب اور ا س غیر مساوی نہین ہین یعنی ا ب برابر ہے ا س کے
اسیواسطے اگر دو زاوئیے الخ - یہی ثابت کرنا تہا

نتیجہ صریح

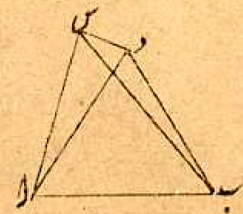
اسسے ثابت ہوا کہ ہر مثلث متساوی الزوایا متساوی الاضلاع ہوتا ہے

ساتوین شکل اثباتی

ایک قاعدہ پر ایک جہت مین ممکن نہین کہ دو مثلث اسطرح سے واقع ہون کہ اونکے ضلعے جو ایک طرف قاعدہ پر منتہی ہوتے ہین آپسمین برابر ہون اور اسیطرح سے دو ضلعے بہی جو دوسری طرف قاعدہ کے انجام پاتے ہون آپسمین برابر ہون

اور اگر یہہ ممکن ہو تو فرض کرو کہ دو مثلث ا س ب اور ا د ب ایک ہی قاعدہ ا ب پر ایک ہی جہت مین اسطرح سے واقع ہوئے ہین کہ اونکے اضلاع س ا اور د ا کہ قاعدہ کی طرف ا پر منتہی ہوتے ہین آپسمین برابر ہین اور ایسی ہی اضلاع س ب اور د ب جو طرف ب پر ختم ہوتے ہین آپسمین برابر ہین

ملاؤ س د - اس شکل کی کئی صورتین ہین

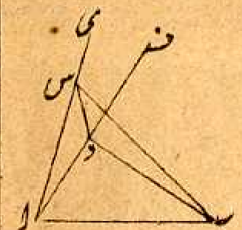


اول صورت اس ہر ایک مثلث کا دوسرے مثلث سے باہر واقع ہے
چونکہ مثلث ا س د مین ا س برابر ہے ا د کے
تو بحکم {۵ ش ام} کے زاویہ ا س د برابر ہے زاویہ ا د س کے
لیکن بموجب {۹ علوم متعارفہ} کے زاویہ ا س د زاویہ ب س د سے بڑا ہے

اسواسطے زاویہ ا د س بڑا ہے زاویہ ب س د سے
اور اسیواسطے زاویہ ب د س بدرجہ اولے بڑا ہے زاویہ ب س د سے
اور چونکہ بموجب فرض کے مثلث ب س د مین ضلع ب س برابر ہے ضلع ب د کے
اسواسطے بحکم {۵ ش ام} کے زاویہ ب د س برابر ہے زاویہ ب س د کے
لیکن زاویہ ب د س کا بڑا ہونا زاویہ ب س د سے ثابت ہوچکا ہے
اس سے ثابت ہوا کہ زاویہ ب د س برابر ہے زاویہ ب س د کے اور اوسے بڑا بہی ہے

اور یہہ ناممکن ہے

دوسری صورت فرض کرو کہ مثلث ا د ب کا راس د مثلث ا س ب کے اندر واقع ہے
تو ا س کو ی تک اور ا د کو ف تک خارج کرو اور س د ملاؤ



چونکہ مثلث ا س د مین ضلع ا س برابر ہے ضلع ا د کے
تو بحکم {۵ ش ام} تحت القاعدہ کے زاوئی ی س د اور ف د س آپسمین برابر ہین
لیکن بموجب {۹ علوم متعارفہ} کے زاویہ ی س د بڑا زاویہ ف د س سے ہے
تو زاویہ ف د س بہی بڑا ہے زاویہ ب س د سے
اور اسلیئے زاویہ ب د س بدرجہ اولی بڑا ہے زاویہ ب س د سے
اور چونکہ مثلث ب س د مین ب س برابر ہے ب د کے
تو بحکم {۵ ش ام} کے زاویہ ب د س برابر ہے زاویہ ب س د کے
لیکن پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ زاویہ ب د س بڑا زاویہ ب س د سے ہے
اسیواسطے زاوئے ب د س اور ب س د آپسمین برابر ہین اور چہوٹے بڑے بہی ہین
یہہ ناممکن ہے

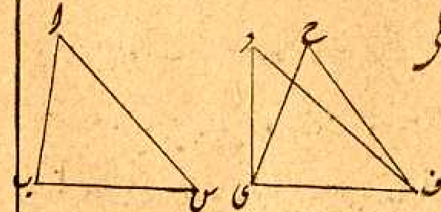
تیسری صورت کہ جسمین ایک مثلث کا راس دوسرے مثلث کے ضلع پر واقع ہو یہہ
صورت اثبات کی محتاج نہین

پس اسواسطے ایک قاعدہ پر ایک جہت مین الخ - یہی ثابت کرنا تہا

آٹھوین شکل اثباتی

اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو ضلعے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو ضلعون کے
موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اسیطرح سے اونکے قاعدے بہی آپسمین
برابر ہون تو زاویہ جو ایک مثلث کے دو ضلعون کے درمیان مین واقع ہے
برابر ہوگا دوسرے مثلث مین اوس زاویہ کے جو ان اضلاع کے مساوی
اضلاع کے درمیان مین واقع ہو

فرض کرو کہ دو مثلث ا ب س اور د ی ف ہین
اور اون کے دو ضلعے ا ب اور ا س
برابر ہین دو ضلعون د ی اور د ف کے
موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی ا ب برابر د ی کے
اور ا س برابر د ف کے اور قاعدہ
ب س برابر ہے قاعدہ ی ف کے

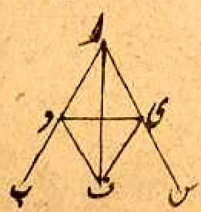


تو زاویہ ب ا س برابر ہوگا زاویہ ی د ف کے
اسواسطے کہ اگر مثلث ا ب س مثلث د ی ف پر
چسپان کیا جائے اسطرح سے کہ نقطہ ب
منطبق نقطہ ی پر اور خط مستقیم ب س
منطبق خط مستقیم ی ف پر ہو

تو بموجب فرض کے ب س اور ی ف کی برابر ہونے سے نقطہ س نقطہ ف پر منطبق ہوا
چونکہ قاعدہ ب س منطبق قاعدہ ی ف پر ہوتا ہے
تو ب ا اور ا س منطبق ی د اور د ف پر ہونگے
اسلئے کہ اگر قاعدہ ب س قاعدہ ی ف پر منطبق ہو لیکن ب ا اور ا س منطبق ی د اور ف د
پر نہون بلکہ مختلف مقام پر مثل ی ج اور ف ج کے واقع ہون
تو ایک ہی قاعدہ پر ایک جہت مین دو مثلث اسطرح سے واقع ہوگئے جنکے اضلاع جو
ایک طرف قاعدہ پر منتہی ہوتے ہین آپسمین برابر ہین اور اس طرح وہ ضلعے بہی جو دوسری طرف
قاعدہ کے ختم ہوتے ہین آپسمین برابر ہین
اور یہہ بحکم (۷ ش ام) کے ناممکن
اسواسطے اگر قاعدہ ب س منطبق قاعدہ ی ف پر ہوتا ہے تو اضلاع ب ا اور ا س
منطبق اضلاع ی د اور د ف پر ہوتے ہین
اسیواسطے زاویہ ب ا س منطبق زاویہ ی د ف پر ہوتا ہے
اور اسلئے بحکم (۸ علوم متعارفہ) کے برابر بہی اوسکے ہوتا ہے
اسواسطے اگر دو مثلثون مین ہر ایک کے دو ضلعے الخ - یہی ثابت کرنا تہا

نوین شکل عملی

ایک زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم کی تنصیف کرو یعنی زاویہ کو برابر دو حصون مین تقسیم کرو



فرض کرو کہ ب ا س زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم ہے
مطلوب یہہ ہے کہ اوسکی تنصیف کرین
ا ب مین کوئی نقطہ د متعین کرو
اور بڑے خط ا س مین سے بحکم (۳ ش ام) کے ا ی برابر ا د کے قطع کرو اور ملاؤ د ی
اور بحکم (۱ ش ام) کے ضلع د ی ذیر آسے دو مثلث متساوی الاضلاع د ی ف بناؤ اور ا ف ملاؤ

تو خط مستقیم اف زاویہ ب اس کی تنصیف کریگا

چونکہ اد برابر ای کے بنایا تہا

اور اف دونو مثلثون داف اور ی اف مین مشترک ہے

تو دو ضلعے دا اور اف برابر ہوئے دو ضلعون ی ا اور اف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور قاعدہ دف برابر قاعدہ ی ف کے بنا ہے

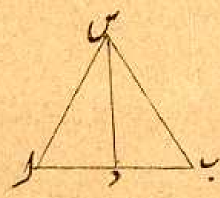
اسواسطے بحکم (۸ ش ام) کے زاویہ داف برابر ہوا زاویہ ی اف کے

پس زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم ب اس خط مستقیم اف سے تنصیف ہوگیا - اور یہی مطلوب تہا

دسوین شکل عملی

ایک محدود خط مستقیم معلوم کی تنصیف کرو یعنی اوسکو دو برابر حصون مین تقسیم کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے



مطلوب یہہ ہے کہ اب کے دو برابر حصے کرین

بحکم (اش ام) کہ اب پر مثلث متساوی الاضلاع اب س بناؤ

اور بحکم (۹ ش ام) کے زاویہ اس ب کے خط مستقیم س د سے جو اب سے نقطہ د پر

ملے تنصیف کرو

تو اب نقطہ د پر دو برابر حصون مین تقسیم ہوگا

چونکہ اس برابر س ب کے بنایا ہے

اور دونو مثلثون اس د اور ب س د مین س د مشترک ہے

تو ضلعے اس اور س د برابر ہوئے دو ضلعون ب س اور س د کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

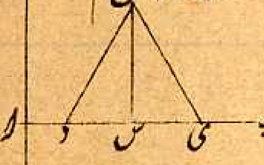
اور زاویہ اس د برابر زاویہ ب س د کے بنایا تہا

اسیواسطے بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ اد برابر ہے قاعدہ ب د کے

پس اسیواسطے خط مستقیم اب نقطہ د پر دو برابر حصون مین تقسیم ہوگیا - یہی عمل مطلوب تہا آیندہ ان الفاظ کی جگہ عم

گیارہوین شکل عملی

خط مستقیم زاویے قائمے بناتا ہوا خط مستقیم معلوم پر نقطہ معلوم سے جو اوس مین ہے قائم کرو



فرض کرو کہ اب مستقیم معلوم اور س اوسمین نقطہ معلوم ہے

مطلوب یہہ ہے کہ نقطہ س سے ایک خط مستقیم زاوئی قائمی بناتا ہوا اب پر قائم کرین

اس مین کوئی نقطہ د متعین کرو اور بحکم (۳ ش ام) کہ س ی برابر س د کے بناؤ

اور بحکم (اش ام) کے دی پر مثلث متساوی الاضلاع دف ی بناؤ اور س ف ملاؤ

تو خط مستقیم س ف نقطہ س سے کہیچا گیا زاویے قائمے اب پر بنائیگا

اسواسطے کہ دس برابر س ی کے بنایا ہے اور س ف دونون مثلثون دس ف اور

ی س ف مین مشترک ہے

دو ضلعے دس اور س ف برابر ہوئے دو ضلعون ی س اور س ف کی - موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور قاعدہ دف برابر بنایا ہے قاعدہ ی ف کے

تو بحکم (۸ ش ام) کے زاویہ دس ف برابر ہے زاویہ ی س ف کے

اور یہہ دو زاویے متصل کے پہلوؤن مین ہین

لیکن بموجب (۱۰ حدام) کے جب ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر قائم ہوکر زاویے متصل کے پہلوؤن

مین برابر پیدا کرتا ہے تو ہر ایک اوسکو زاویہ قائمہ کہتے ہین

تو زوایا دس ف اور ی س ف مین سے ہر ایک قائمہ ہوا

پس نقطہ معلوم س سے خط مستقیم معلوم اب پر س ف زاویہ قائمہ بناتا ہوا قائم ہوگیا عم

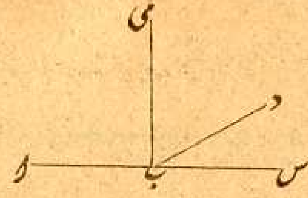
نتیجہ صریح

اس شکل کی استعانت سے ثابت ہوسکتا ہے کہ دو خطوط مستقیم کا ایک خط مستقیم حصہ

مشترک نہین بن سکتا

اگر یہہ ممکن ہے تو فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم ا ب س اور ا ب د کا ایک حصہ مشترک ہے

خط مستقیم ا ب ہے



بحکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ ب سے ب ی زاویے قائمے

بناتا ہوا ا ب پر کھینچو

چونکہ ا ب س ایک خط مستقیم ہے

اسلیئے بموجب (۱۰ احد) کے زاویہ ا ب ی برابر ہے زاویہ ی ب س کے

اور علے ہذا القیاس ا ب د بھی خط مستقیم ہے

تو بموجب (۱۰ احد) کے زاویہ ا ب ی برابر ہے زاویہ ی ب د کے

لیکن زاویہ ا ب ی برابر ہے زاویہ ی ب س کے

تو بموجب (۱ علوم متعارفہ) کے زاویہ ی ب د برابر ہے زاویہ ی ب س کے

پس اسواسطے چھوٹا زاویہ برابر ہوا بڑے زاویہ کے اور یہہ ناممکن

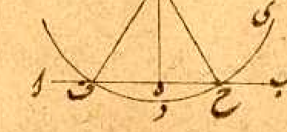
اسواسطے دو خطوط مستقیم کا ایک خط مستقیم حصہ مشترک نہین ہو سکتا

بارہوین شکل عملی

غیر محدود خط مستقیم معلوم پر نقطہ معلوم سے جو اوسے باہر ہے عمود نکالو

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے جو دونو طرف غیر متناہی کھینچ سکتا ہے اور س نقطہ

معلوم اوس سے باہر ہے



اور مطلوب یہہ ہے کہ نقطہ س سے عمود ا ب پر نکالین

ا ب کی دوسری جانب مین کوئی سا نقطہ د متعین کرو

اور بموجب (۳ اصول موضوعہ) کے س کے مرکز او س د کی بعد پر دایرہ ی ج ف کھینچو جو ا ب سے نقاط ف اور ج پر ملے

اور بحکم (۱۰ ش ام) کے ف ج کے نقطہ ہ پر تنصیف کرو اور ملاؤ س ہ

تو خط مستقیم س ہ نقطہ معلوم س سے کھینچا گیا عمود خط مستقیم معلوم ا ب پر ہوگا

(ن)
(۹۰)
(۵)
(۲۵)

ملاؤ س ف اور س ج

چونکہ ف ہ برابر ہ ج کے بنا ہے

اور ہ س مشترک دونو مثلثون ف ہ س اور ج ہ س مین ہے

تو دو ضلعے ف ہ اور ہ س برابر ہوئے دو ضلعون ج ہ اور ہ س کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور بموجب (۵ احد) کے قاعدہ س ف برابر ہے قاعدہ س ج کے

تو بموجب (۸ ش ام) کے زاویہ س ہ ف برابر ہے زاویہ س ہ ج کے اور یہہ متصل کے زاوئے پہلو مین ہین

اور بموجب (۱۰ احد) کے جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم اسطرح سے قائم ہو کہ زاوئے متصلہ پہلو مین جو اوسنے پیدا کیئے ہین آپس مین برابر ہون تو اون زاویون مین سے ہر ایک زاویہ کو قائمہ کہتے ہین اور خط قائم کو اوسپر عمود

پس اسواسطے س ہ عمود خط مستقیم ا ب پر نقطہ معلوم س سے جو اوسے باہر ہے کھینچ گیا ع م

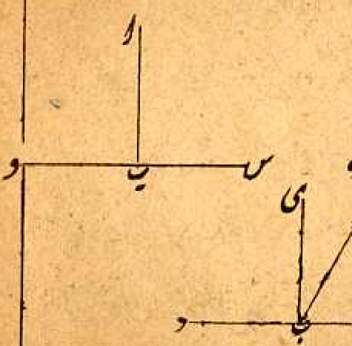
تیرہوین شکل اثباتی

ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر ایک جہت مین جو زاوئے بناتا ہے وہ یا تو دو قائمے ہوتے ہین یا ملکر برابر دو قائمون کے

فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب خط مستقیم س د پر ایک جہت مین زاوئے س ب ا اور ا ب د بناتا ہے

تو یہہ زاوئے یا تو دو قائمے ہون گے

یا ملکر برابر دو قائمون کے



اسواسطے کہ اگر زاویہ س ب ا برابر زاویہ ا ب د کے ہے

تو ہر ایک اونمین کا بموجب (۱۰ احد) کے قائمہ ہے

لیکن اگر زاویہ س ب ا برابر زاویہ ا ب د کے نہو

تو بموجب (۱۱ ش ام) کے نقطہ ب سے ب ی زاوئے قائمے بناتا ہوا س د پر نکالو

تو بموجب (۱۰ احد) کے زاوئے س ب ی اور ی ب د دو قائمے ہین

اور چونکہ زاویہ س ب ی برابر ہے دو زاویون س ب ا اور ا ب ی کے
ان مساویون مین سے ہر ایک پر زاویہ ی ب د زیادہ کیا
تو بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے زاویے س ب ی اور ی ب د برابر ہوئے تین زاویون
س ب ا اور ا ب ی اور ی ب د کے
اور چونکہ زاویہ د ب ا برابر ہے دو زاویون د ب ی اور ی ب ا کے
ان مساویون مین سے ہر ایک پر زاویہ ا ب س کا زیادہ کیا
تو بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے زاویے د ب ا اور ا ب س برابر ہوئے تین زاویون
د ب ی اور ی ب ا اور ا ب س کے
لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویے س ب ی اور ی ب د برابر انہی تین زاویون کے ہین
اور جو چیزین برابر ایک چیز کے ہوتی ہین آپسمین برابر ہوتی ہین
اسیواسطے زاویے س ب ی اور ی ب د برابر ہوئے زاویون د ب ا اور ا ب س کے
لیکن س ب ی اور ی ب د دو قائمے ہین
اسلیئے بحکم (۱ علوم متعارفہ) کے د ب ا اور ا ب س ملکر برابر دو قائمون کے ہین
پس اسیواسطے جب ایک خط مستقیم الخ۔ یہی ثابت کرنا تہا

چودہوین شکل اثباتی

اگر ایک نقطہ پر کسی خط مستقیم کے اور دو خطوط مستقیم اوسکے مقابل سمتون سے آکر متصل کے زاویے برابر دو قائمون کے پیدا کرین تو یہہ دو خطوط مستقیم ملکر ایک ہی خط مستقیم مین ہونگے
فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب کی نقطہ ب پر دو خطوط مستقیم ب س اور ب د خط ا ب کے
مقابل سمتون سے متصل کے زاویے ا ب س اور ا ب د ملکر برابر دو قائمون کے پیدا کرتے ہین
تو د ب اور ب س ایک خط مستقیم مین ہونگے
اسواسطے کہ ب د اگر ب س کے ساتھہ ملکر ایک خط مستقیم نہو تو فرض کرو کہ وہ ب ی کے ساتھہ

ملکر ایک خط مستقیم مین ہوتا ہے
چونکہ خط مستقیم ا ب خط مستقیم س ب ی سے ملتا ہے
اسواسطے بحکم (۱۳ ش ام) کے متصل کے زاویے س ب ا اور ا ب ی برابر دو قائمون کے ہین
لیکن بموجب فرض کے زاویے س ب ا اور ا ب د ملکر برابر دو قائمون کے ہین
اسواسطے بموجب (۲ علوم متعارفہ) کے زاویے ا ب س اور ا ب ی ملکر برابر زاویون
ا ب س اور ا ب د کے ہوئے
ان مساویون مین سے ہر ایک مین سے زاویہ مشترکہ ا ب س کو نکال ڈالو
تو بموجب (۳ علوم متعارفہ) کے باقی زاویہ ا ب ی برابر رہا باقی زاویہ ا ب د کے
اس سبب سے چہوٹے اور بڑے زاویے آپسمین برابر ہوئے اور یہہ نا ممکن ہے
اسواسطے ب ی اور ب س ایک خط مستقیم مین نہین ہین
اور اسیطرح ثابت ہو سکتا ہے کہ کوئی اور خط مستقیم بہی ب د کے ساتھہ ملکر ایک خط مستقیم
نہین ہو سکتا
تو ضرور ب د ہی س ب کے ساتھہ ملکر ایک خط مستقیم مین ہوا
اسیواسطے اگر ایک نقطہ الخ یہی ثابت کرنا تہا

پندرہوین شکل اثباتی

اگر دو خطوط مستقیم متقاطع ہون تو مقابل کے زاویے آپسمین برابر ہونگے
فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم ا ب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ ی پر تقاطع کرتے ہین
تو زاویہ ا ی س برابر ہوگا زاویہ د ی ب کے اور زاویہ س ی ب برابر ہوگا زاویہ ا ی د کے
چونکہ خط مستقیم ا ی خط مستقیم س د پر متصل کے زاویے س ی ا اور ا ی د نقطہ ی پر پیدا کرتا ہے
تو بحکم (۱۳ ش ام) کے یہہ زاویے ملکر برابر دو قائمون کے ہین

اور چونکہ خط مستقیم دی خط مستقیم اب پر زاوئے متصل کے ای دا اور بی د نقطہ

ی پر بناتا ہے

تو یہہ زاوئے بھی ملکر برابر دو قائمون کے ہین

لیکن پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ زاوئے س ی ا اور ای د ملکر برابر دو قائمون کے ہین

اسواسطے زاوئے س ی ا اور ای د ملکر برابر ہوئے زاویون ای دا اور ب ی د کے

ہر ایک مساوی مین سے زاویہ مشترک ای د کو نکال ڈالو

تو بموجب (۳ علوم متعارفہ) کے باقی زاویہ س ی ا برابر ہے باقی زاویہ دی ب کے

اور اسیطرح سے ثابت ہوسکتا ہے کہ زاویہ س ی ب برابر ہے زاویہ ای د کے

اسیواسطی اگر دو خطوط مستقیم متقاطع ہون الخ یہی ثابت کرنا تھا

اول نتیجہ صریح

یہہ بات صریح ہے کہ اگر دو خطوط مستقیم متقاطع کسی نقطہ پر ہون تو اس نقطہ تقاطع پر زاوئے برابر چار قائمون کے پیدا ہوتے ہین

دوسرا نتیجہ صریح

اور اسیواسطی خواہ کتنے ہی خطوط مستقیم ایک نقطہ پر ملین تو کل اونکے زاوئے اس نقطہ پر ملکر برابر چار قائمون کے ہونگے

سولہوین شکل اثباتی

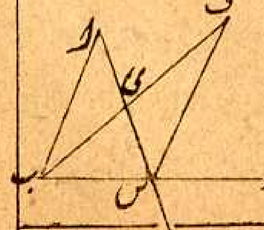
اگر ایک ضلع مثلث کا خارج کیا جائے تو زاویہ خارجہ بڑا ہر ایک مقابل کے زاویہ داخلہ سے ہوگا

فرض کرو کہ مثلث ا ب س ہے اور اوسکا ایک ضلع ب س نقطہ د تک خارج کیا گیا ہے

تو زاویہ خارجہ ا س د بڑا مقابل کے ہر ایک زاویہ

داخلہ س ب ا یا ب ا س سے ہوگا

بحکم (۱۰ ش ام) ا س کو نقطہ ی پر تنصیف کرو ملاؤ ب ی



اور ب ی کو ف تک ایسا خارج کرو کہ بحکم (۳ ش ام) کے ی ف برابر ی ب کے ہوجائے

اور ف س ملاؤ

اسواسطے کہ ا ی برابر ی س کے اور ف ی برابر ب ی کے بنایا گیا ہے

مثلثون ا ب ی اور س ف ی مین دو ضلعے ا ی اور ی ب برابر ہوئے دو ضلعون س ی اور ی ف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور بحکم (۵ ش ام) کے مقابل کے زاوئے ا ی ب اور ف ی س آپسمین برابر ہین

تو بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ ا ب برابر ہے قاعدہ س ف کے

اور مثلث ا ی ب برابر ہے مثلث س ی ف کے

اور باقی زاوئے ایک مثلث کے برابر ہوئے دوسرے مثلث کی باقی زاویون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنے وہ زاوئے برابر ہین جنکے مقابل برابر ضلعے ہین

اسواسطے زاویہ ب ا ی برابر ہوا زاویہ ی س ف کے

لیکن زاویہ ی س د یعنی ا س د بڑا ہے زاویہ ی س ف سے

تو زاویہ ا س د بڑا ہوا زاویہ ب ا ی یعنی ب ا س سے

اسیطرح اگر ضلع ب س کی تنصیف کرین اور ضلع ا س کو ج تک بڑہائین تو زاویہ ب س ج بڑا زاویہ ا ب س سے ثابت ہوگا اور زاویہ ب س ج بحکم (۱۵ ش ام) کے برابر ہے زاویہ ا س د کے اسلئے ا س د بڑا زاویہ ا ب س سے ہے یہی ثابت کرنا تھا

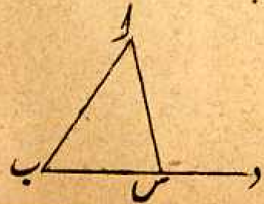
سترہوین شکل اثباتی

مثلث کے کوئی سے دو زاوئے ملکر دو قائمون سے کم ہوتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے

تو اوسکے کوئی سے دو زاوئے ملکر دو قائمون سے کم ہونگے

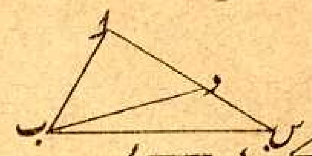
کوئی سے ضلع مثلاً س ب کو د تک خارج کرو



چونکہ زاویہ اس د زاویہ خارجہ مثلث اب س کا ہے
تو بحکم (۱۶ ش ام) کے زاویہ اس د بڑا ہے مقابل کے زاویہ داخلہ اب س سے
ان غیر مساویون مین سے ہر ایک پر زاویہ اس ب زیادہ کرو
تو زاویئے اس د اور اس ب ملکر بڑے ہوئے زاویون اب س اور اس ب سے
لیکن زاویئے اس د اور اس ب بحکم (۱۳ ش ام) کے ملکر برابر دو قائمون کے ہین
اسواسطے زاوئے اب س اور ب س ا ملکر نسبتاً دو قائمون کے کم ہوئے
علےٰ ہذا القیاس ثابت ہو سکتا ہے کہ زاوئے ب اس اور اس ب ملکر کم دو قائمون سے
اور زاوئے س اب اور اب س بہی کم دو قائمون سے ہین
اسواسطے دو زاوئے الخ یہی ثابت کرنا تہا

اٹہارہوین شکل ثباتی

ہر مثلث مین بڑے ضلع کے سامنے کا زاویہ بڑا ہوتا ہے
فرض کرو کہ اب س مثلث ہے جسکا ضلع اس بڑا ضلع اب سے ہو
تو زاویہ اب س بڑا زاویہ ب س ا سے ہوگا

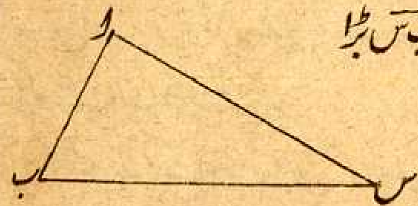


چونکہ ضلع اس بڑا ضلع اب سے ہے
اسلئے او سین سے بحکم (۳ ش ام) ا د برابر اب کی بناؤ اور ب د ملاؤ
چونکہ مثلث اب د مین ا د برابر ہے اب کے
تو بحکم (۵ ش ام) کے زاویہ ا د ب برابر ہے زاویہ اب د کے
لیکن مثلث د ب س کا ضلع س د خارج ا تک کیا گیا ہے
اسلئے بحکم (۱۶ ش ام) کے زاویہ خارجہ ا د ب بڑا ہے مقابل کے زاویہ
داخلہ د س ب سے
لیکن زاویہ ا د ب برابر زاویہ اب د کے ثابت ہوچکا ہے

اسلئے زاویہ اب د بڑا ہے زاویہ اس ب سے
پس زاویہ اب س تو بدرجہ اولے بڑا زاویہ اس ب سے ہے
اسواسطے بڑے ضلع الخ۔ یہی ثابت کرنا تہا

انیسوین شکل ثباتی

ہر مثلث مین بڑے زاویہ کے سامنے کا ضلع بڑا ہوتا ہے
فرض کرو کہ اب س مثلث ہے جسکا زاویہ اب س بڑا
زاویہ اس ب سے ہے



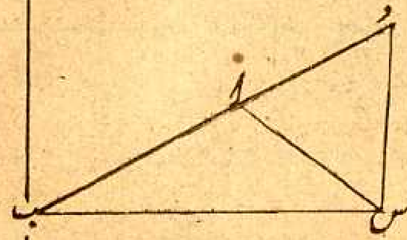
تو ضلع اس بڑا ضلع اب سے ہوگا
اسواسطے کہ اگر بڑا نہو تو وہ برابر اب کے ہوگا یا چہوٹا اب سے ہوگا
اگر اس برابر اب کے ہے
تو بحکم (۵ ش ام) کے زاوئے اب س اور اس ب برابر ہونی چاہئے
اور وہ بموجب فرض کے برابر نہین ہین
تو ثابت ہوا کہ اس برابر اب کے نہین ہے
اور اگر اس چہوٹا اب سے ہو
تو بحکم (۱۸ ش ام) کے زاویہ اب س چہوٹا زاویہ اس ب سے ہونا چاہئے
لیکن بموجب فرض کے وہ چہوٹا نہین ہے
اسلئے اس چہوٹا بہی اب سے نہین ہے
اور یہہ پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ اس برابر بہی اب کے نہین ہے
تو اس بڑا اب سے ہوا
اسواسطے بڑے زاویہ الخ۔ یہی ثابت کرنا تہا

بیسوین شکل ثباتی

مثلث کے کوئی سے دو ضلعے ملکر بڑے ہوتے ہین تیسرے ضلع سے

فرض کرو کہ ا ب س ایک مثلث ہے

تو اوسکے کوئی سے دو ضلعے ملکر بڑے ہونگے تیسرے ضلع سے



یعنے ب ا اور ا س ملکر بڑے ب س سے

اور ا ب اور ب س ملکر بڑے ا س سے

اور ب س اور س ا ملکر بڑے ا ب سے

ب ا کو د تک ایسا خارج کرو کہ

بحکم (۳ ش ام) کے ا د برابر ا س کے ہو اور د س ملاؤ

چونکہ ا د برابر ا س کے بنایا ہے

تو بحکم (۵ ش ام) کے زاویہ ا د س برابر ہے زاویہ ا س د کے

لیکن زاویہ ب س د بڑا ہے زاویہ ا س د سے

اسواسطے بحکم (۹ علوم متعارفہ) کہ زاویہ ب س د بڑا ہے زاویہ ا د س سے

چونکہ مثلث د ب س مین زاویہ ب س د بڑا ہے زاویہ ب د س سے

اور بحکم (۱۹ ش ام) کے بڑے زاویہ کے سامنے بڑا ضلع ہوتا ہے

اسیواسطے ب د بڑا ہے ب س سے

لیکن ب د برابر ہے ب ا اور ا س کے

اسیواسطے اضلاع ب ا اور ا س ملکر بڑے ہین ب س سے

اسیطرح سے ثابت ہوسکتا ہے کہ ا ب اور ب س ملکر بڑے ا س سے ہین

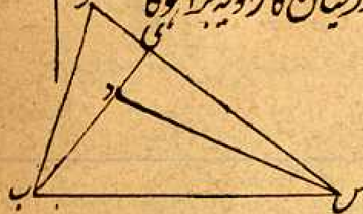
اور ب س و س ا بھی ملکر بڑے ا ب سے ہین

اسیواسطے کوئی سے دو ضلع الخ۔ یہی ثابت کرنا تھا

اکیسوین شکل اثباتی

اگر مثلث کی ایک ضلع کی انجاموں سے دو خطوط مستقیم ایک نقطہ تک مثلث کے اندر کھینچین

تو وہ ملکر مثلث کی دو اور ضلعوں سے چھوٹے ہونگے مگر اونکے درمیان کا زاویہ بڑا ہوگا



فرض کرو کہ ا ب س ایک مثلث ہے

اور ضلع ب س کے انجاموں ب اور س سے

دو خطوط مستقیم ب د اور س د مثلث کے اندر نقطہ د تک کھینچے ہین

تو ب د اور د س ملکر مثلث کی دو اور ضلاع ا ب اور ا س سے چھوٹے ہونگے

لیکن زاویہ درمیانی اونکا ب د س بڑا ہوگا زاویہ ب ا س سے

ب د کو خارج کرو کہ ا س سے نقطہ ی پر ملے

چونکہ بحکم (۲۰ ش ام) کے دو ضلعے مثلث کے ملکر بڑے تیسرے ضلعے سے ہوتے ہین

اسلئے مثلث ب ا ی کے دو ضلعے ب ا اور ا ی ملکر بڑے ہوئے ضلع ب ی سے

ان غیر مساویوں مین سے ہر ایک پر ی س زیادہ کرو

تو بحکم (۴ علوم متعارفہ) کے ب ا اور ا س ملکر بڑے ہوئے ب ی اور ی س سے

اور بحکم (۲۰ ش ام) کے مثلث س ی د کے دو ضلعے س ی اور ی د ملکر بڑے ہین تیسرے ضلع س د سے

ان غیر مساویوں مین سے ہر ایک پر ب د زیادہ کرو

تو س ی اور ی ب ملکر بڑے ہوئے س د اور د ب سے

لیکن یہہ ثابت ہوچکا ہے کہ ب ا اور ا س ملکر بڑے ب ی اور ی س سے ہین

تو ب ا اور ا س ملکر بدرجہ اولی بڑے ب د اور د س سے ہوئے

چونکہ بحکم (۱۶ ش ام) کے زاویہ خارجہ کسی مثلث کا بڑا ہوتا ہے ہر ایک زاویہ داخلہ مقابل سے

تو زاویہ خارجہ ب د س مثلث س د ی کا بڑا ہے مقابل کے زاویہ داخلہ س ی د سے

اور اسی دلیل سے زاویہ خارجہ س ی د مثلث ا ب ی کا بڑا ہے

مقابل کے زاویہ داخلہ ب ا س سے

لیکن یہہ پہلے ثابت ہوچکا ہے

کہ زاویہ ب د س بڑا ہے زاویہ س ی ب سے

تو زاویہ ب د س بدرجہ اولے بڑا زاویہ ب ا س سے ہوا

پس اسیواسطے اگر مثلث کا ایک ضلع الخ۔ یہی ثابت کرنا تھا

بائیسوین شکل اثباتی

ایک مثلث بناؤ جسکے تینون ضلعے برابر ہون تین خطوط مستقیم معلومہ کی جنمین سے ہر ایک دو ملکر بڑے ہین تیسرے سے

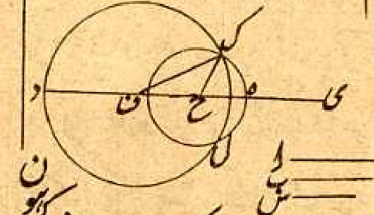
فرض کرو کہ ا اور ب اور س تین خطوط مستقیمہ معلومہ ہین

جنمین سے ہر ایک دو ملکر بڑے تیسرے سے بحکم (۲۰ ش ام) کے ہونی چاہیئے

یعنے ا اور ب ملکر بڑے س سے

ا اور س ملکر بڑے ب سے

ب اور س ملکر بڑے ا سے



مطلوب یہہ ہے کہ ایک مثلث بنائین جسکے ضلعے برابر ا اور ب اور س کے ہون موافق اپنی اپنی نظیر کے

ایک خط مستقیم د ی کہینچو جو ایک طرف نقطہ د پر منتہی ہو لیکن ی کی طرف غیر منتہی ہو

اور بحکم (۳ ش ام) کے د ف برابر ا کے اور ف ح برابر ب کے اور ح ہ برابر س کے بناؤ

بموجب (۳ اصول موضوعہ) کے ف کو مرکز اور ف د کے بعد پر دائرہ د ک ل کہینچو

اور ح کے مرکز اور ح ہ کے بعد پر دائرہ ہ ل ک کہینچو

اور نقطہ ک سے جہان دائرے ایکدوسرے کو قطع کرتے ہین ک ف و ک ح نقاط ف و ح تک کہینچو

تو مثلث ک ف ح ایسا بنیگا کہ اوسکے اضلاع برابر خطوط مستقیمہ ا اور ب اور س کے ہونگے

چونکہ ف مرکز دائرہ د ک ل کا ہے

تو بحکم (۱۵ حد) کے ف د برابر ہے ف ک کے

لیکن ف د برابر ہے خط مستقیم ا کے

تو ف ک برابر ہے ا کے

اور چونکہ ح مرکز دائرہ ہ ل ک کا ہے

تو بموجب (۱۵ حد) کے ح ہ برابر ہے ح ک کے

لیکن ح ہ برابر س کے

اسلئے بحکم (۱ علوم) کے ح ک برابر ہے س کے

اور ف ح برابر ہے ب کے

اسیواسطے تینون خطوط مستقیم ک ف اور ف ح اور ح ک برابر تین خطوط مستقیم ا اور ب اور س کے ہین موافق اپنی اپنی نظیر کے

پس اسیواسطے مثلث ک ف ح کے تینون ضلعے ک ف اور ف ح اور ح ک برابر تینون خطوط مستقیم ا اور ب اور س کے ہوئے عم

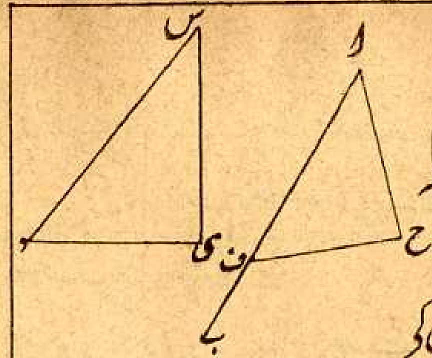
تئیسوین شکل عملی

ایک خط مستقیم معلوم کو ایک نقطہ معلوم پر ایک زاویہ مستقیمۃ الخطین برابر ایک زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم کے بناؤ

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے اور اوسمین ا نقطہ معلوم اور د س ی زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم

مطلوب یہہ ہے کہ نقطہ معلوم ا پر جو خط مستقیم معلوم ا ب مین ہے ایک زاویہ برابر زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم د س ی کے بنائین

س د اور س ی مین نقاط د اور ی متعین کرو اور د ی ملاؤ



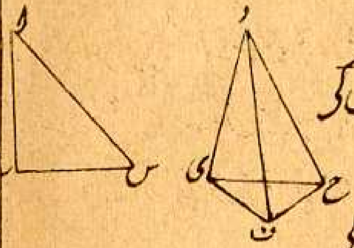
اور بحکم (۲۲ش ام) کے مثلث افح
ایسا بناؤ کہ اوسکے ضلعے برابر تین خطوط مستقیم
س د اور دی اور ی س کی ہون اسطرح سے کہ
اف برابر س د کے
اور ف ح برابر دی کے اور ح ا برابر ی س کی
تو زاویہ ف ا ح برابر زاویہ د س ی کی ہوگا
اسواسطے کہ ف ا اور ا ح برابر د س اور س ی کی ہین موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور قاعدہ ح ف برابر قاعدہ ی د کے
اسلیے بحکم (۸ش ام) کے
زاویہ ف ا ح برابر ہے زاویہ د س ی کے
پس اسیواسطے نقطہ معلوم ا پر جو خط مستقیم ا ب مین ہے زاویہ ف ا ح برابر زاویہ
مستقیم الخطین معلوم د س ی کے بنگیا عم

چوبیسوین شکل ثباتی

اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کی دو ضلعے برابر دوسرے مثلث کے دو ضلعون کے ہون موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث مین ان دو ضلعون کا زاویہ درمیانی دوسرے مثلث کے اون ضلعون کے زاویہ درمیانی سے جو پہلے مثلث کے دو ضلعون کے برابر ہین بڑا ہو تو جس مثلث کا زاویہ بڑا ہے اوسکا قاعدہ بھی بڑا ہوگا دوسرے مثلث کے قاعدہ سے

فرض کرو کہ ا ب س اور دی ف دو مثلث ہین جنکے دو ضلعے ا ب اور ا س برابر ہین دو ضلعون دی اور د ف کی ہر ایک موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنے ا ب برابر دی کے اور ا س برابر د ف کے لیکن زاویہ ب ا س بڑا ہے زاویہ ی د ف سے

تو قاعدہ ب س بڑا ہوگا قاعدہ ی ف سے
پس اضلاع دی اور د ف مین سے دی کو بڑا د ف سے مانکر
بحکم (۲۳ش ام) کے خط مستقیم دی کی نقطہ د پر زاویہ ی د ح برابر زاویہ ب ا س کے بناؤ
اور بحکم (۳ش ام) کے د ح برابر ا س یا د ف کی بناؤ اور ی ح اور ح ف ملاؤ
اس سبب سے کہ دی برابر ہے ا ب کے اور د ح برابر ا س کے
دو ضلعے دی اور د ح برابر ہوئے دو ضلعون ا ب اور ا س کے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور زاویہ ی د ح برابر ہے زاویہ ب ا س کی



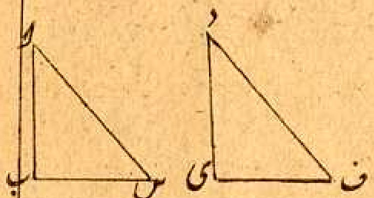
تو بحکم (۴ش ام) کی قاعدہ ی ح برابر ہوا قاعدہ ب س کی
اور چونکہ مثلث د ف ح مین د ف برابر ہے د ح کے
تو بحکم (۵ش ام) کی زاویہ د ف ح برابر ہے زاویہ د ح ف کی
اور بحکم (۹ علوم متعارفہ) کے زاویہ د ح ف بڑا زاویہ ی ح ف سے ہی
اسواسطے زاویہ د ف ح بڑا ہے زاویہ ی ح ف سے
اسلیے زاویہ ی ف ح بدرجہ اولے بڑا ہے زاویہ ی ح ف سے
اور چونکہ مثلث ی ف ح مین زاویہ ی ف ح بڑا ہے زاویہ ی ح ف سے
اور بحکم (۱۹ش ام) کے بڑی زاویہ کی مقابل کا ضلع بڑا ہوتا ہے
اسلیے ضلع ی ح بڑا ہے ضلع ی ف سے
لیکن ی ح برابر ب س کے پہلے ثابت ہو چکا ہے
تو ب س بڑا ہے ی ف سے
اسیواسطے اگر دو مثلث الخ ہی ثابت کرنا تھا

پچیسوین شکل ثباتی

اگر دو مثلثون مین سے ایک مثلث کی دو ضلعے برابر ہون دوسرے مثلث کی دو ضلعون کے موافق

اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا قاعدہ بڑا دوسرے مثلث کے قاعدہ سے ہو تو زاویہ درمیانی
اوس مثلث کے دو ضلعون کا جسکا قاعدہ بڑا ہے بڑا ہوگا دوسرے مثلث کے اون
اضلاع کے زاویہ درمیانی سے جو پہلے مثلث کے اضلاع کے برابر ہین

فرض کرو کہ دو مثلث اب س اور دی ف ہین جنمین دو ضلعے اب اور اس برابر ہین
دو ضلعون دی اور ی ف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی اب برابر دی کے اور اس برابر دف کے
لیکن قاعدہ ب س بڑا ہے قاعدہ ی ف سے
تو زاویہ ب اس بڑا ہوگا زاویہ ی دف کے

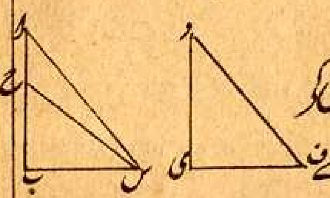


اسواسطے کہ اگر زاویہ ب اس بڑا زاویہ ی دف سے نہو تو
ضرور ہے کہ وہ زاویہ ی دف کی برابر ہوگا یا چھوٹا زاویہ ی دف سے ہوگا
اگر زاویہ ب اس برابر ہے زاویہ ی دف کے
تو بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ ب س چاہیے برابر ہو قاعدہ ی ف کے
لیکن بموجب فرض کے وہ برابر نہین
اس سبب سے زاویہ ب اس برابر زاویہ ی دف کے تو نہین ہے
اور اگر زاویہ ب اس چھوٹا زاویہ ی دف سے ہے
تو بحکم (۲۴ ش ام) کے قاعدہ ب س چھوٹا ہے قاعدہ ف ی سے
لیکن وہ چھوٹا بھی بموجب فرض کے نہین ہے
تو اس وجہہ سے زاویہ ب اس چھوٹا بھی زاویہ ی دف سے نہین ہے
اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ب اس برابر بھی زاویہ ی دف کے نہین ہے
اسلئے زاویہ ب اس بڑا زاویہ ی دف سے ہوا
اسواسطے اگر دو مثلثون الخ۔ یہی ثابت کرنا تھا

چھبیسوین شکل اثباتی

اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کے دو زاویے برابر ہون دوسرے مثلث کے دو زاویون کو موافق اپنی
اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مثلث کے ایک ضلعے کی اور یہہ اضلاع خواہ
متصل مساوی زاویون کی ہون خواہ مقابل برابر زاویون کے ہر طرح سے باقی ضلعے مثلثون کی علے التناظر
برابر ہون گے اور تیسرا زاویہ ایک مثلث کا برابر ہوگا دوسرے مثلث کے تیسرے زاویہ کے

فرض کرو کہ دو مثلث اب س اور دی ف ہین جنمین زاویے اب س اور ب س ا برابر ہین
زاویون دی ف اور ی ف د کے موافق اپنی اپنی نظیر کے یعنی زاویہ ا ب س برابر زاویہ دی ف کے
اور زاویہ ب س ا برابر زاویہ ی ف د کے اور ایک ایک ضلع بھی اپسمین برابر ہے
اسکی دو صورتین ہوسکتی ہین اول صورت فرض کرو کہ یہہ ضلعے جو برابر ہین متصل متساوی زاویون کے
ہین یعنے ب س برابر ہے ی ف کے



تو اور اضلاع علی التناظر اپسمین مساوی ہونگے یعنی اب برابر دی کے
اور اس برابر دف کے اور تیسرا زاویہ ب اس برابر زاویہ ی دف کے
اسواسطے کہ اگر اب برابر دی کے نہو تو ضرور ان مین ایک دوسرے سے بڑا ہوگا
اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ اب بڑا ہے دی سے
تو بحکم (۳ ش ام) کے ب ح برابر دی کے بناؤ اور س ح ملاؤ
تو اس سبب سے کہ مثلثون ح ب س اور دی ف مین ح ب برابر ہے دی کے
اور ب س بموجب فرض کے برابر ہے ی ف کے
دو ضلعے ح ب اور ب س برابر ہوئے دو ضلعون دی اور ی ف کے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اور زاویہ ح ب س برابر ہے زاویہ دی ف کے
اسواسطے بحکم (۴ ش ام) کے مثلث ح ب س اور دی ف آپسمین برابر ہوا اور برابر اضلاع کے سامنے کے زاویے
اپسمین برابر ہوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے
اسواسطے زاویہ ح س ب برابر ہے زاویہ دف ی کے

لیکن بموجب فرض کے زاویہ دف ی برابر ہے زاویہ اس ب کے

توبموجب (اعلوم متعارفہ) کے زاویہ ح س ب برابر ہے زاویہ اس ب کے

اسلئے چھوٹا زاویہ برابر ہوا بڑے زاویہ کے اور یہہ ناممکن

اس سے ثابت ہوا کہ اب اور دی غیر مساوی نہین ہین

یعنے وہ آپسمین برابر ہین

پس مثلثون اب س اور دی ف مین چونکہ اب برابر ہے دی کے اور ب س بموجب فرض

کے برابر ہے ی ف کے

اور بموجب فرض کے زاویہ اب س برابر ہے زاویہ دی ف کے

اسیواسطی بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ اس برابر ہے قاعدہ دف کے

اور تیسرا زاویہ ب اس برابر ہوا تیسرے زاوئے ی دف کے

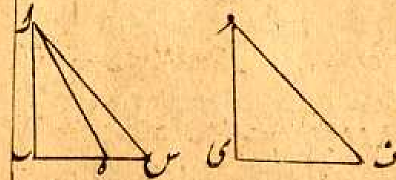
دوم فرض کرو کہ اضلاع جو آپسمین مساوی ہین وہ مقابل مساوی زاویون کے ہین یعنے

اب برابر ہے دی کے

اس صورت مین بہی اور اضلاع علی التناظر آپسمین برابر ہونگے یعنی اس برابر دف کے اور ب س

برابر ی ف کے اور تیسرا زاویہ ب اس برابر تیسرے زاویہ ی دف کے

اسواسطی کہ اگر ب س برابر ی ف کے نہو تو ضرور ایک اونمین دوسرے سے بڑا ہوگا



اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ب س بڑا ی ف سے ہے

تو بحکم (۳ ش ام) ب ہ برابر ی ف کے بناؤ اور اہ ملاؤ

چونکہ مثلثون اب ہ اور دی ف مین

اب برابر ہے دی کے اور ب ہ برابر ی ف کے

اور زاویہ اب ہ بموجب فرض کے برابر ہے زاویہ دی ف کے

تو بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ اہ برابر ہے قاعدہ دف کے

اور برابر اضلاع کے سامنے کے زاوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین

اسلئے زاویہ ب ہ ا برابر ہے زاویہ ی ف د کے

لیکن بموجب فرض کے زاویہ ی ف د برابر ہے زاویہ ب س ا کے

تو بحکم (اعلوم متعارفہ) کے زاویہ ب ہ ا برابر ہے زاویہ ب س ا کے

یعنے زاویہ خارجہ ب ہ ا مثلث اہ س کا برابر ہوا مقابل کے زاویہ داخلہ ب س ا کے

اور یہہ بحکم (۱۶ ش ام) کے ناممکن

اس سے ثابت ہوا کہ ب س اور ی ف آپسمین غیر مساوی نہین ہین

یعنے وہ آپسمین برابر ہین

پس مثلثون اب س اور دی ف مین

اس سبب سے کہ اب برابر ہے دی کے اور بموجب فرض کے ب س برابر ہے ی ف کے اور

زاویہ درمیانی اب س برابر ہے زاویہ درمیانی دی ف کے

بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ اس برابر ہے قاعدہ دف کے

اور تیسرا زاویہ ب اس برابر ہے تیسرے زاویہ ی دف کے

اسیواسطی اگر دو مثلثون الخ - یہی ثابت کرنا تہا

(و یا)
(١٢)
(٥)
(٢٥)

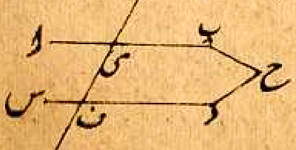
ستائیسوین شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم دو خطوط مستقیم پر واقع ہو اور زاوئے متبادلہ برابر پیدا کرے تو وہ دونو مستقیم

متوازی ہونگے

فرض کرو کہ خط مستقیم ی ف خطوط مستقیم اب اور س د پر واقع ہوتا ہے اور زاوئے متبادلے

ا ی ف اور ی ف د کو باہم برابر پیدا کرتا ہے



تو اب متوازی ہوگا س د کا

اسواسطی کہ اگر اب متوازی نہ ہو س د کا

تو اب اور س د خارج ہو کر کسی جہت مین خواہ ب اور د کی جہت مین یا ا اور س کی جہت مین ملینگے

فرض کرو کہ اب اور س د خارج ہونے سے ب اور د کی جہت مین نقطہ ح پر ملتے ہین

تو ح ی ف ایک مثلث ہوا

اور چونکہ مثلث ح ی ف کا ضلع ح ی ا تک خارج کیا گیا ہے

تو بحکم (۱۶ ش ام) کے اوسکا زاویہ خارجہ ا ی ف بڑا مقابل کے زاویہ داخلہ ی ف ح سے ہوا

لیکن بموجب فرض کے زاویہ ا ی ف برابر ہے زاویہ ی ف ح کے

اسواسطے زاویہ ا ف ی بڑا زاویہ ی ف ح سے ہوا اور برابر بھی اوسکے ہوا

اور یہہ ناممکن

اس سے ثابت ہوا کہ ب اور د کی جانب مین تو اب اور س د خارج ہونے سے ملتے نہین

اور اسیطرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ وہ ا اور س کی جانب مین بھی خارج ہونے سے نہین ملتے

اور بموجب (۳۵ حد) کے خطوط مستقیم جو دونو جہت مین علی الاستقامت خارج ہونے سے کسی جہت مین نہین ملتے ہین وہ خطوط متوازیہ کہلاتے ہین

اسیواسطی اب اور س د متوازی ہوئے

اسیواسطے اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

اٹھائیسوین شکل اثباتی

اگر دو خطوط مستقیم پر ایک خط مستقیم واقع ہو اور زاویہ خارجہ برابر مقابل کے زاویہ داخلہ کے اپنی ایک جہت مین پیدا کرے یا دو زاوئے داخلے اپنی ایک جہت کی ملکر برابر دو قائمو نکے تو وہ خطوط مستقیم متوازی باہم ہونگے

فرض کرو کہ خطوط مستقیم اب اور س د پر ایک خط مستقیم ی ف واقع ہوتا ہے

اور زاویہ خارجہ ی ح ب برابر مقابل کے زاویہ داخلہ ح ہ د کی اپنی ایک ہی جہت مین پیدا کرتا ہے یا اپنے ایک جہت مین زاوئے داخلے ب ح ہ اور ح ہ د ملکر برابر دو قائمونکے پیدا کرتا ہے



تو اب متوازی ہوگا س د کا

چونکہ بموجب فرض کے زاویہ ی ح ب برابر ہے زاویہ ح ہ د کے

اور بحکم (۱۵ ش ام) کے زاویہ ی ح ب برابر ہے زاویہ ا ح ہ کو

اسیواسطی بحکم (۱ علوم متعارفہ) کے زاویہ ا ح ہ برابر ہوا زاویہ ح ہ د کے

اور یہہ زاوئے متبادلے ہین

اسلئے بحکم (۲۷ ش ام) کے اب متوازی ہوا س د کا

اور چونکہ بموجب فرض کے زاوئے ب ح ہ اور ح ہ د ملکر برابر دو قائمون کے ہین

اور بحکم (۱۳ ش ام) کے زاوئے ا ح ہ اور ب ح ہ ملکر برابر دو قائمون کی ہین

اسواسطی بحکم (۱ علوم متعارفہ) کہ زاوئے ب ح ہ اور ح ہ د ملکر برابر ہونگے زاویون ا ح ہ اور ب ح ہ کے

ان مساویون مین سے زاویہ مشترکہ ب ح ہ کو ساقط کرو

تو بحکم (۳ علوم متعارفہ) کے باقی زاویہ ا ح ہ برابر ہوا باقی زاویہ ح ہ د کا اور یہہ زاوئے متبادلے ہین

تو بحکم (۲۷ ش ام) کے اب متوازی س د کا ہوا

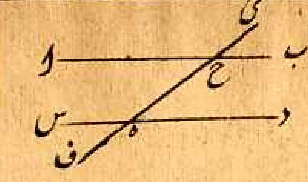
اسیواسطی کہ اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

اونتیسوین شکل اثباتی

اگر دو خطوط مستقیم متوازیہ پر ایک خط مستقیم واقع ہو تو زاوئے متبادلے آپسمین برابر اور اوسکے ایک جہت کے زاوئے داخلے اور خارجے آپسمین برابر اور دو زاوئے داخلے اوسکی ایک جہت کے ملکر برابر دو قائمون کے پیدا ہونگے

فرض کرو کہ دو خطوط مستقیم متوازیہ اب اور س د پر خط مستقیم ی ف واقع ہوتا ہے

تو زاوئے متبادلے ا ح ہ اور ح ہ د آپسمین برابر ہونگے اور زاویہ خارجہ ی ح ب برابر ہوگا مقابل کے زاویہ داخلہ ح ہ د کے جو ی ف کے ایک جانب مین ہین

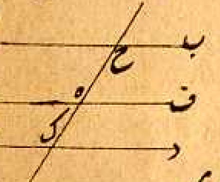


اور اوسکی ایک جہت کی دو زاوئے داخلے ب ح ہ
اور ح ہ د ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے
اسواسطے کہ اگر زاویہ ا ح ہ برابر ح ہ د کے نہو
تو بشرط امکان فرض کرو کہ زاویہ ا ح ہ زاویہ ح ہ د سے بڑا ہے
تو ان غیر مساویون مین سے ہر ایک پر زاویہ ب ح ہ زیادہ کر نیسے
بحکم (۴ علوم متعارفہ) کے زاوئے ا ح ہ اور ب ح ہ ملکر بڑے ہوئے زاویون ب ح ہ
اور ح ہ د سے
لیکن بحکم (۱۳ ش ام) کے زاوئے ا ح ہ اور ب ح ہ ملکر برابر دو قائمون کے ہین
تو زاوئے ب ح ہ اور ح ہ د ملکر کم دو قائمون سے ہوئے
لیکن بموجب (۱۲ علوم متعارفہ) کی اگر دو خطوط مستقیم پر ایک خط مستقیم ایسطرحسے واقع ہو کہ دو
زاوئے داخلے اپنی ایک جانب مین ملکر کم دو قائمون سے پیدا کرے تو وہ خطوط مستقیم متواتر
کھینچے جانے سے کہین نہ کہین آخرکار اوسطرف کہ زاوئے کم دو قائمون سے ہین ملجاینگے
اسواسطے چاہیے کہ خطوط مستقیم ا ب اور س د کھینچے جانیسے کہین نہ کہین ب اور د کی سمت
مین ملجائین گے
لیکن وہ کبھی نہین مل سکتے اسلیے کہ بموجب فرض کے متوازی ہین
اسواسطے زاویہ ا ح ہ اور ح ہ د آپسمین غیر مساوی نہین ہین
بلکہ زاویہ ا ح ہ برابر ہے زاویہ متبادلہ ح ہ د کے
دوم چونکہ بحکم (۵ اش ام) کے زاویہ ا ح ہ برابر ہے زاویہ ی ح ب کے
اور زاویہ ا ح ہ برابر ہے زاویہ ح ہ د کے
تو زاویہ خارجہ ی ح ب برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ ح ہ د کی جو خط کے ایکجانب مین ہین
سوم چونکہ زاویہ ی ح ب برابر ہے زاویہ ح ہ د کے

انمین سے ہر ایک پر زاویہ ب ح ہ زیادہ کرو
تو بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے زاوئے ی ح ب اور ب ح ہ ملکر برابر ہوئے زاویون ب ح ہ اور
ح ہ د کے
لیکن بحکم (۱۳ اش ام) کے زاوئے ی ح ب اور ب ح ہ ملکر برابر دو قائمون کے ہین
تو بحکم (۱ علوم متعارفہ) کے دو زاوئے داخلہ ب ح ہ اور ح ہ د خط کے ایک جانب مین ملکر
برابر دو قائمون کے ہوئے
اسیواسطے اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

تیسوین شکل اثباتی

خطوط مستقیم جو ایک ہی خط مستقیم کے متوازی ہون ایکدوسرے کے متوازی ہوتے ہین



فرض کرو کہ ا ب اور س د مین سے ہر ایک متوازی ی ف کا ہو
تو ا ب متوازی س د کا ہوگا
ایسا ایک خط مستقیم ح ہ ک فرض کرو کہ ا ب اور ی ف اور س د کو قطع کرے
چونکہ ح ہ ک خط مستقیم متوازیہ ا ب اور ی ف کو نقاط ح اور ہ پر قطع کرتا ہے
تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ ا ح ہ برابر ہے زاویہ متبادلہ ح ہ ف کے
اور چونکہ ح ہ ک خطوط متوازیہ ی ف اور س د کو ہ اور ک پر قطع کرتا ہے
تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ خارجہ ح ہ ف برابر ہے زاویہ داخلہ ہ ک د کے
اور یہہ ثابت ہوچکا ہے کہ زاویہ ا ح ہ برابر ہے زاویہ ح ہ ف کے
تو زاویہ ا ح ہ برابر ہوا زاویہ ح ک د کے
اور یہہ زاوئے متبادلہ ہین
تو بحکم (۲۷ ش ام) کے ا ب متوازی ہوا س د کا
اسواسطے خطوط مستقیم الخ۔ یہی ثابت کرنا تھا

اٹھتیسوین شکل عملی

نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو

فرض کرو کہ آ نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہے

مطلوب یہ ہے کہ نقطہ آ سے خط مستقیم متوازی خط مستقیم ب س کا نکالین



ب س مین کوئی نقطہ د کا متعین کرو اور آ د ملاؤ

اور بحکم (۲۳ ش ام) کے خط مستقیم ا د کے نقطہ آ پر زاویہ د ا ی برابر زاویہ ا د س کے مقابل سمت مین ا د کے بناؤ

اور خط مستقیم ی ا کو نقطہ ف تک خارج کرو

تو ی ف متوازی ب س کا ہوگا

اسواسطے کہ خط مستقیم ا د دو خطوط مستقیم ب س اور ی ف پر واقع ہوتا ہے اور زاویے متبادلے ی ا د اور ا د س آپسمین برابر پیدا کرتا ہے

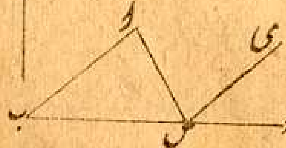
تو بحکم (۲۷ ش ام) کے ی ف متوازی ہوا ب س کا

اسیواسطے خط مستقیم ی ا ف نقطہ آ سے متوازی خط مستقیم معلوم ب س کا کھنچ گیا۔عم

بتیسوین شکل اثباتی

اگر کسی مثلث کا ایک ضلع خارج کیا جائے تو زاویہ خارجہ برابر ہوتا ہے دو مقابل کے داخلی زاویون کے اور تینون زاوئے داخلے مثلث کے ملکر برابر دو قائمون کے ہوتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے جسکا ضلع ب س نقطہ د تک خارج کیا گیا ہے



تو زاویہ خارجہ ا س د برابر ہوگا دو مقابل کے داخلے زاویون س ا ب اور ا ب س کے اور تینون زاوئے داخلے مثلث کے یعنے زاوئے ا ب س اور ب س ا اور س ا ب ملکر برابر دو قائمون کے ہونگے

بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ س سے س ی متوازی ضلع ب ا کا نکالو

چونکہ ا ب متوازی س ی کا ہے اور ا س اون پر واقع ہوتا ہے

تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاوئے متبادلے ا س ی اور ب ا س آپسمین برابر ہین

اور ا ب متوازی س ی کا ہے اور ب د اون پر واقع ہوتا ہے

تو زاویہ خارجہ ی س د برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ ا ب س کے

اور پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ زاویہ ا س ی برابر ہے زاویہ ب ا س کے

تو بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے کل زاویہ خارجہ ا س د برابر ہے دو مقابل کے داخلے زاویون س ا ب اور ا ب س کے

اور چونکہ زاویہ ا س د برابر ہے دو زاویون ا ب س اور ب ا س کے

تو ان مساویون مین سے ہر ایک پر زاویہ ا س ب زیادہ کرنے سے

زاوئے ا س د اور ا س ب ملکر برابر ہوئے زاویون س ب ا اور ب ا س اور ا س ب کے

لیکن بحکم (۱۳ ش ام) کے زاوئے ا س د اور ا س ب ملکر برابر دو قائمون کے ہین

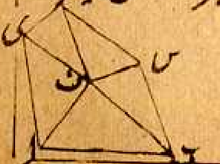
اسواسطے بحکم (۱ علوم متعارفہ) کے زاوئے س ب ا اور ب ا س اور ا س ب ملکر برابر دو قائمون کے ہوئے

اسواسطے اگر ایک ضلع کسی مثلث کا خارج کیا جاوے الخ یہی ثابت کرنا تہا

پہلا نتیجہ صریح

کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سارے زاوئے داخلے مع چار قائمون کے اتنے قائمے ہوتے ہین کہ اونکی تعداد اضلاع مستقیمۃ الاضلاع کی تعداد سے دو چند ہوتی ہے

اسواسطے کہ اگر کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع ا ب س د ی کے اندر کوئی نقطہ ف متعین کرکے زاویون مین اوسکے خطوط مستقیم ملائین تو وہ اتنی مثلثون مین تقسیم ہوگی جتنے اوسکے ضلع ہین



چونکہ مثلث کے تینون زاوئے داخلے برابر دو قائمون کے ہوتے ہین

اور یہان مثلث اتنے ہین جتنے کثیر الاضلاع کے ضلعے ہین

اسلئے سب زاویئے ان مثلثون کے ملکر برابر اتنے قائمونکے ہین کہ اونکی تعداد مثلثون کی تعداد یعنے اضلاع مستقیمۃ الاضلاع کی تعداد سے دوچند ہے

لیکن ان مثلثون سارے زاوئے کیا ہین کہ مستقیمۃ الاضلاع کے تمام زاوئے داخلے اور چار قائمے جو نقطہ ف پر بنتے ہین

اور بحکم (۲ نتیجہ ۱۵ ش ام) کہ سب وہ زاوئے نقطہ ف پر کہ سب مثلثون کا راس مشترک ہے ملکر برابر چار قائمونکے ہین

اسواسطے سب وہ ان مثلثون کے برابر ہین شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سب زاویون اور چار قائمون کے

لیکن یہہ ثابت ہوچکا ہے کہ مثلثون کے سب زاوئے ملکر اتنے قائمے ہین کہ اونکی تعداد دوچند اضلاع مستقیمۃ الاضلاع کے تعداد سے ہے

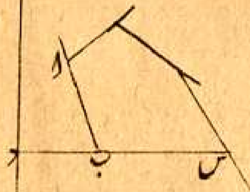
اسواسطے شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سارے زاوئے مع چار قائمون کے اتنے قائمے ہوئے کہ اونکی تعداد اضلاع مستقیمۃ الاضلاع کی تعداد سے دوچند ہے

دوسرا نتیجہ صریح

ہر شکل مستقیمۃ الاضلاع کے کل خارجے زاوئے ملکر برابر چار قائمون کے ہوتے ہین

چونکہ ہر زاویہ داخلہ مثلاً ا ب س مع متصل کے زاویہ خارجہ ا ب د کے

بحکم (۱۳ ش ام) کے برابر دو قائمون کے ہے



اسواسطے کل زاوئے داخلے مع کل خارجے زاویون کے اتنے قائمے ہین جنکی تعداد دوچند اضلاع مستقیمۃ الاضلاع کی تعداد کے ہے

اور بموجب نتیجہ مذکور الصدر کے سارے زاوئے داخلے مع چار قائمون کے اتنے قائمے ہین کہ اونکی تعداد اضلاع مستقیمۃ الاضلاع کی تعداد سے دوچند ہے

اسوجہہ سے بحکم (اعلوم متعارفہ) کے سارے داخلے زاوئے مع سارے خارجی زاویون کے برابر سارے داخلی زاویون اور چار قائمون کے ہوئے

ان مساویون مین سے کل زاوئے داخلے مشترک ہین اونہین ساقط کرو

(۱) (۹) (۵) (۲۵)

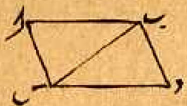
تو بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے تمام زاوئے خارجی مستقیمۃ الاضلاع کے ملکر برابر چار قائمون کے رہینگے

تینتیسوین شکل اثباتی

اگر دو خطوط مستقیم متوازی اور متساوی کے ایک ایک جہت کی طرف مین خطوط مستقیم ملائے جائین تو وہ ایک دوسرے کے متوازی اور متساوی ہونگے

فرض کرو کہ ا ب اور س د متساوی اور متوازی خطوط مستقیم ہین اور اونکی ایک ایک جہت کی اطراف مین خطوط مستقیم ا س اور ب د ملائے گئے ہین

تو ا س اور ب د متساوی اور متوازی ہون گے



ب س ملاؤ

چونکہ بموجب فرض کے ا ب متوازی س د کا ہے

اور ب س اونپر واقع ہوتا ہے

تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاوئے متبادلے ا ب س اور ب س د آپسمین برابر ہین

اور اس سببسے کہ ا ب برابر ہے س د کے

اور ب س دونو مثلثون ا ب س اور ب د س مین مشترک ہے

دو ضلعے ا ب اور ب س برابر ہین دو ضلعون د س اور س ب کی موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور زاویہ ا ب س برابر زاویہ ب س د کے ثابت ہوچکا ہے

اسواسطے بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ ا س برابر ہے قاعدہ ب د کے

اور مثلث ا ب س برابر ہے مثلث ب س د کے

اور برابر اضلاع کے مقابل کے زاوئے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین

اسیواسطے زاویہ ا س ب برابر ہے زاویہ س ب د کے

اور چونکہ خط مستقیم ب س دو خطوط مستقیم ا س اور ب د پر واقع ہوتا ہے

اور زاوئے متبادلے ا س ب اور س ب د متساوی پیدا کرتا ہے

تو بحکم (۲۷ ش ام) کے ا س متوازی ہوا ب د کا

اور اس برابر ب د کے ثابت ہو چکا ہے

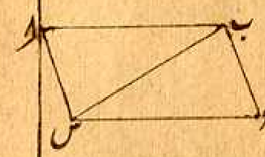
پس اسواسطی اگر خطوط مستقیم جو الخ یہی ثابت کرنا تھا

چونتیسوین شکل اثباتی

متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے اور زاوئے آپسمین برابر ہوتے ہین اور قطر اوسکی تنصیف کرتا ہے یعنی برابر دو حصونمین تقسیم کرتا ہے

فرض کرو کہ ا ب س د متوازی الاضلاع ہے اور ب س اوسکا قطر ہے

تو شکل کے مقابل کے ضلعے اور زاوئے آپسمین برابر ہونگے اور قطر ب س اوسکی تنصیف کریگا



چونکہ اب متوازی س د کا ہے اور ب س اون پر واقع ہوتا ہی

تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ متبادلہ ا ب س برابر ہے زاویہ متبادلہ ب س د کے

اور چونکہ ا س متوازی ب د کا ہے اور ب س اونپر واقع ہوتا ہے

تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ متبادلہ ا س ب برابر ہے زاویہ س ب د کے

اوسے ثابت ہوا کہ دو مثلثون ا ب س اور ب س د مین

دو زاوئے ا ب س اور ب س ا برابر ہوئے دو زاویون د س ب اور س ب د کی موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور ایک ضلع ب س جو متصل متساوی زاویون کی ہے دونو مثلثون مین مشترک ہے

تو بحکم (۲۶ ش ام) کے اونکے اور اضلاع موافق اپنی اپنی نظیر کے آپسمین مساوی ہونگے اور ایک مثلث کا تیسرا زاویہ برابر ہوگا دوسرے مثلث کی تیسرے زاویہ کے

یعنے ضلع ا ب برابر ضلع س د کے اور ضلع ا س برابر ضلع ب د کے اور زاویہ ب ا س برابر زاویہ س د ب کے

اور چونکہ زاویہ ا ب س برابر ہے زاویہ ب س د کے

اور زاویہ س ب د برابر ہے زاویہ ا س ب کے

تو بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے کل زاویہ ا ب د برابر ہے کل زاویہ ا س د کے

اور زاویہ ب د س برابر س د ب کے پہلے ثابت ہو چکا ہے

پس اسی سبب سے متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے و زاوئے آپسمین برابر ثابت ہوگئے

اور متوازی الاضلاع کے قطر تنصیف بہی کرتا ہے

اسواسطی کہ ا ب برابر س د کے اور ب س مشترک ہے

دو ضلعے ا ب اور ب س برابر ہوئے دو ضلعون د س اور س ب کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ا ب س برابر ہے زاویہ ب س د کے

اسیواسطی بحکم (۴ ش ام) کے مثلث ا ب س برابر ہوا مثلث ب س د کے

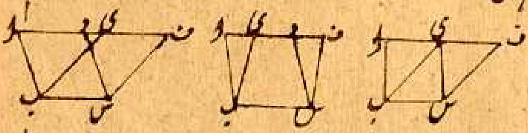
اور قطر ب س متوازی الاضلاع ا س د ب کو دو برابر حصونمین تقسیم کرتا ہے یہی ثابت کرنا تھا

پینتیسوین شکل اثباتی

متوازی الاضلاعین کہ ایک ہی قاعدہ پر ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان واقع ہون آپسمین برابر ہونگی

فرض کرو کہ متوازی الاضلاعین ا ب س د اور ی ب س ف ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان خطوط متوازی ا ف اور ب س کے واقع ہوئی ہین

تو متوازی الاضلاع ا ب س د برابر ہوگی



متوازی الاضلاع ی ب س ف کی

اگر متوازی الاضلاعون ا ب س د

اور ی ب س ف کی اضلاع ا د اور د ف مقابل قاعدہ ب س کی ایک ہی نقطہ د پر منتہی ہوتے ہین

تو ظاہر ہے کہ ہر متوازی الاضلاع دو چند بحکم (۳۴ ش ام) کی مثلث د ب س سے ہوگی

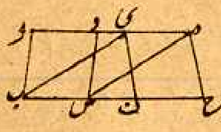
اسیواسطی بحکم (۶ علوم متعارفہ) کے متوازی الاضلاع ا ب س د برابر ہوگی متوازی الاضلاع د ب س ف کے

لیکن اگر متوازی الاضلاعون ا ب س د اور ی ب س ف کے قاعدہ ب س کے مقابل کے اضلاع ا د اور ی ف ایک نقطہ پر نہین منتہی ہوتے

تو اس سبب سے کہ ا ب س د متوازی الاضلاع ہے
بحکم (۳۴ ش ام) کے ا د برابر ہے ب س کے
اور اسی وجہ سے ی ف برابر ہے ب س کے
اسیواسطے بحکم (۱ علوم) کے ا د برابر ہے ی ف کے
اور د ی مشترک ہے
اسیواسطے بحکم (۲ یا ۳ علوم) کے کل یا باقی ا ی برابر ہوئی کل یا باقی د ف کے
اور بحکم (۳۴ ش ام) کے ا ب برابر ہے د س کے
اسے ثابت ہوا کہ مثلثون ی ا ب اور ف د س مین ف د برابر ہے ی ا کے اور د س برابر ا ب کے
اور بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ خارجہ ف د س برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ ی ا ب کے
تو بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ ف س برابر ہے قاعدہ ی ب کے اور مثلث ف د س برابر ہے مثلث ی ا ب کے
مثلث ف س د کو منحرف ا ب س ف مین سے ساقط کرو
اور نیز اسی منحرف مین سے مثلث ی ا ب کو بھی نکال ڈالو
تو بحکم (۳ علوم) کے باقیات برابر رہینگے
اسیواسطے متوازی الاضلاع ا ب س د برابر ہوئی متوازی الاضلاع ی ب س ف کے
اسیواسطے متوازی الاضلاعین ایک ہی قاعدہ پر الخ یہی ثابت کرنا تھا

چھتیسوین شکل اثباتی

متوازی الاضلاعین جو متساوی قاعدون پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہون
آپسمین متساوی ہوتے ہین
فرض کرو کہ متوازی الاضلاعین ا ب س د اور ی ف ح ہ برابر قاعدون ب س اور ف ح پر
درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ا ہ اور ب ح کے واقع ہون
تو متوازی الاضلاع ا ب س د برابر ہوگی متوازی الاضلاع
ی ف ح ہ کے ب ی اور س ہ ملاؤ



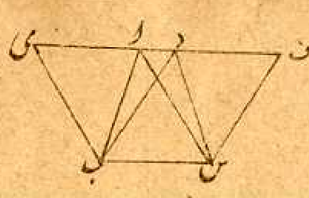
چونکہ بموجب فرض کے ب س برابر ہے ف ح کے اور
بحکم (۳۴ ش ام) کے ف ح برابر ہے ی ہ کے
تو بحکم (۱ علوم) کے ب س برابر ہوا ی ہ کے
اور یہہ خطوط متوازی بھی ہین
اور انکی ایک جہت کی اطراف مین خطوط مستقیم ب ی اور س ہ ملائے گئے ہین
اور بحکم (۳۳ ش ام) کے خطوط مستقیم جو متساوی اور متوازی خطوط مستقیم کی ایک جانب کی
طرفون مین ملائے جاتے ہین متساوی اور متوازی ہوتے ہین
اسواسطے ب ی اور س ہ متساوی اور متوازی ہوئے
اور اسیلئے بموجب {احد} کے ی ب س ہ متوازی الاضلاع ہوئے
اور چونکہ متوازی الاضلاعین ا ب س د اور ی ف ح ایک قاعدہ ب س پر
درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ا ہ کے واقع ہین
اسلئے بحکم (۳۵ ش ام) کے متوازی الاضلاع ا ب س د برابر ہوگے متوازی الاضلاع ی ب س ہ کے
اور ایسی ہی دلیل سے متوازی الاضلاع ی ف ح ہ برابر ہے متوازی الاضلاع ی ب س ہ کے
اسیواسطے بحکم (۱ علوم متعارفہ) کے متوازی الاضلاع ا ب س د برابر ہوگے متوازی الاضلاع
ی ف ح ہ کے
اسیواسطے متوازی الاضلاعین اوپر برابر قاعدونکے الخ یہی ثابت کرنا تھا

سینتیسوین شکل اثباتی

جو مثلث ایک ہی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہوتے ہین آپسمین متساوی
ہوتے ہین

فرض کرو کہ مثلثین ا ب س اور د ب س ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان ایک ہی خطوط

متوازیہ ا د اور ب س کے واقع ہون



تو مثلث ا ب س برابر ہوگا مثلث د ب س کے

ا د کو دونو طرف نقاط ی اور ف تک خارج کرو

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے ب سے ب ی متوازی ا س کا

اور س سے س ف متوازی ب د کا نکالو

تو اشکال ی ب س ا اور د ب س ف مین سے ہر ایک شکل متوازی الاضلاع ہے

اور بحکم (۳۵ ش ام) کے ی ب س ا برابر ہے د ب س ف کے

اسلئے کہ وہ ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ی ف کے واقع ہین

اور چونکہ قطر ا ب متوازی الاضلاع ی ب س ا کی تنصیف کرتا ہے

تو بحکم (۳۴ ش ام) کے متوازی الاضلاع ی ب س ا کا مثلث ا ب س نصف ہی

اور چونکہ قطر د س متوازی الاضلاع د ب س ف کی تنصیف کرتا ہے

تو مثلث د ب س نصف ہی متوازی الاضلاع د ب س ف کا

اور بحکم (۷ علوم) کے برابر چیزون کی نصف بھی برابر ہوتے ہین

تو اسلئے مثلث ا ب س برابر ہوا مثلث د ب س کے

اسیواسطے مثلث الخ بھی ثابت کرنا تھا

اڑتیسوین شکل اثباتی

جو مثلث برابر قاعدون پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہون وہ آپسمین برابر ہوتے ہین

فرض کرو کہ مثلثات ا ب س اور د ی ف متساوی قاعدون ب س اور ی ف کی درمیان ایک

ہی خطوط متوازیہ ب ف اور ا د کے واقع ہین

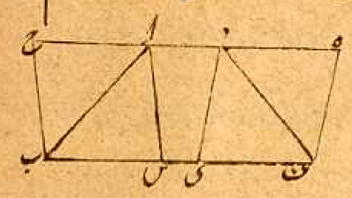
تو مثلث ا ب س برابر ہوگا مثلث د ی ف کے

ا د کو دونو طرف ہ اور ح تک خارج کرو

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ ب سے ب ح متوازی ا س کا

اور نقطہ ف سے ف ہ متوازی ی د کا نکالو

تو ہر اشکال ح ب س ا اور د ی ف ہ مین سے ہر ایک شکل متوازی الاضلاع ہے



اور بحکم (۳۶ ش ام) کہ وہ متساوی بھی ہین

اسلئے کہ متساوی قاعدون ب س اور ی ف پر

درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب ف اور ح ہ کے واقع ہین

اور چونکہ قطر ا ب متوازی الاضلاع ح ب س ا کی تنصیف کرتا ہے

اسلئے بحکم (۳۴ ش ام) کے مثلث ا ب س نصف ہے

متوازی الاضلاع ح ب س ا کا

اور چونکہ قطر د ف متوازی الاضلاع د ی ف ہ کی تنصیف کرتا ہے

اسلئے بحکم (۳۴ ش ام) کہ مثلث د ی ف نصف ہی متوازی الاضلاع د ی ف ہ کا

اور بموجب (۷ علوم متعارفہ) کہ برابر چیزون کے نصف نصف آپسمین متساوی ہوتے ہین

تو اسلئے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث د ی ف کے

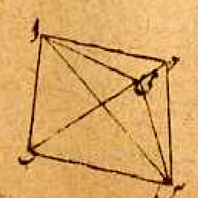
اسیواسطے مثلثات برابر قاعدون پر الخ بھی ثابت کرنا تھا

اونتالیسوین شکل اثباتی

ایک قاعدہ پر ایک ہی جانب مین جو برابر مثلث واقع ہون وہ ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان ہوتے ہین

فرض کرو کہ برابر مثلثین ا ب س اور د ب س ایک ہی قاعدہ ب س پر ایک ہی جانب مین واقع ہین

تو مثلث ا ب س اور د ب س درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کی ہونگے



ملاؤ ا د تو ا د متوازی ب س کا ہوگا

اسواسطے کہ اگر ا د متوازی ب س کا نہو

تو بشرط امکان بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ آ سے ا ی متوازی ب س کا ب د سے یا ب د ممدودہ

سے نقطہ ی پر ملتا ہوا نکالو اور ی س ملاؤ

تو بحکم (۳۷ ش ام) کے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث ب ی س کے

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان خطوط متوازیہ ب س اور ا ی کے واقع ہین

لیکن بموجب فرض کے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث د ب س کے

اسیواسطے مثلث د ب س برابر ہوا مثلث ی ب س کے

اسواسطے بڑا مثلث برابر ہوا چھوٹے مثلث کے اور یہہ ناممکن ہے

اسواسطے ا ی متوازی ب س کا نہین ہے

اور اسیطرح سے ثابت ہوتا ہے

کہ کوئی خط مستقیم سوا ا د کے متوازی ب س کا نہین نکل سکتا

اسیواسطے ا د متوازی ب س کا ہوا

اسیواسطے برابر مثلث اور یہی ثابت کرنا تھا

چالیسوین شکل اثباتی

مثلثات متساویہ برابر قاعدون پر جو ایک سیدہ مین ہین اور قاعدون کے ایک ہی سمت مین واقع

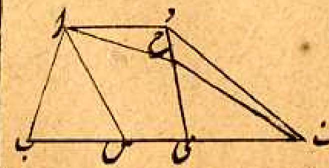
ہین وہ ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان ہوتے ہین

فرض کرو کہ مثلثین ا ب س اور ی د ف برابر قاعدون ب س اور ی ف پر جو ایک خط مستقیم

ب ف مین ہین اونکی ایک جہت مین واقع ہین

تو وہ ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان مین ہونگے

ملاؤ ا د تو ا د متوازی ب ف کا ہوگا



اسواسطے کہ اگر ا د متوازی ب ف کا نہو

تو بشرط امکان بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ آ سے ا ج متوازی ب ف کا ی د سے یا ی د ممدودہ

سے ملتا ہوا نقطہ ح پر کھینچو اور ح ف ملاؤ

تو بحکم (۳۸ ش ام) کے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث ح ی ف کے

کیونکہ وہ برابر قاعدون ب س اور ی ف کے

اوپر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہین

لیکن بموجب فرض کے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث د ی ف کے

اسواسطے بحکم (۱ علوم متعارفہ) کے مثلث د ی ف برابر ہوا مثلث ح ی ف کے

اسواسطے بڑا مثلث برابر ہے چھوٹے مثلث کو اور یہہ ناممکن

اسیواسطے ا ح متوازی ب ف کا نہین ہے

اور اسیطرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ کوئی خط مستقیم نقطہ آ سے سوا ا د کے متوازی

ب ف کا نہین نکل سکتا

اسیواسطے ا د متوازی ب ف کا ہے

اسیواسطے برابر مثلثین اور یہی ثابت کرنا تھا

اکتالیسوین شکل اثباتی

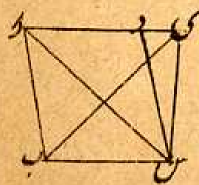
اگر متوازی الاضلاع اور مثلث ایک ہی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہون

تو متوازی الاضلاع دوچند مثلث سے ہوگے

فرض کرو کہ متوازی الاضلاع ا ب س د اور مثلث ی ب س ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان

ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ا ی کے واقع ہین

تو متوازی الاضلاع ا ب س د دوچند مثلث ی ب س سے ہوگی



د س ملاؤ

بحکم (۳۷ ش ام) کے مثلث ا ب س برابر ہے مثلث ی ب س کے

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ب س پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ا ی کے واقع ہین

لیکن متوازی الاضلاع اب س د دوچند ہے مثلث اب س سے

اسلیئے کہ بحکم (٣٤ ش ام) قطر اس متوازی الاضلاع کے تنصیف کرتا ہے

اسیواسطے متوازی الاضلاع اب س د دوچند ہے مثلث ی ب س سے

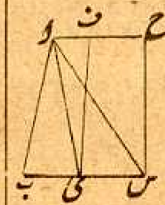
اسیواسطے اگر ایک متوازی الاضلاع او مثلث الخ یہی ثابت کرنا تھا

بیالیسوین شکل عملی

ایک متوازی الاضلاع متساوی ایک مثلث معلوم کی بناو جسکا ایک زاویہ برابر ایک زاویہ معلوم مستقیمۃ الخطین کے ہو

فرض کرو کہ اب س مثلث اور د زاویہ مستقیمۃ الخطین معلوم ہے

مطلوب یہہ ہے کہ متوازی الاضلاع مثلث اب س کے برابر بنائین جسکا ایک زاویہ برابر زاویہ د کے ہو



بحکم (١٠ ش ام) کے ب س کو نقطہ ی پر تنصیف کرو اور ا ی ملاؤ

اور بحکم (٢٣ ش ام) کے نقطہ ی پر خط مستقیم ی س کے زاویہ س ی ف برابر زاویہ معلوم د کے بناؤ

اور بحکم (٣١ ش ام) کے نقطہ س سے س ح متوازی ی ف کا

اور نقطہ ا سے ا ف ح متوازی ی س کا ی ف سے نقطہ ف پر اور س ح سے نقطہ ح پر ملتا ہوا نکالو

اسواسطے بموجب (١ حدود) کے س ی ف ح متوازی الاضلاع ہے

اور چونکہ مثلثین ا ب ی اور ا ی س برابر قاعدون ب ی اور ی س پر اور درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب س اور ا ح کے واقع ہین

اسلیئے بحکم (٣٨ ش ام) کے وہ آپسمین برابر ہین

اور اسلیئے مثلث اب س دوچند ہے مثلث ا ی س سے

لیکن بحکم (٤١ ش ام) کے متوازی الاضلاع ف ی س ح دوچند مثلث ا ی س سے ہے

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ی س پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ی س اور ا ح کے واقع ہین

اسواسطے بحکم (٦ علوم متعارفہ) کے متوازی الاضلاع ف ی س ح برابر ہے مثلث اب س کے

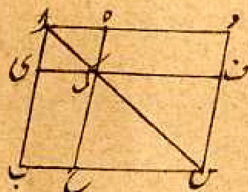
اور اوسکا ایک زاویہ س ی ف برابر ہے زاویہ د کے

اسیواسطے متوازی الاضلاع ف ی س ح متساوی مثلث اب س کے بنگئی جسکا ایک زاویہ س ی ف برابر زاویہ معلوم د کے ہے عم

تینتالیسوین شکل اثباتی

متمم متوازی الاضلاعون کے جو کسی متوازی الاضلاع کے قطر کے گرد واقع ہون آپسمین برابر ہوتے ہین

فرض کرو کہ اب س د متوازی الاضلاع ہے جسکا قطر ا س ہے اور ی ہ اور ح ف متوازی الاضلاعین گرد قطر ا س کے ہین یعنے ا س جنمین گذرتا ہے اور ب ک اور ک د او متوازی الاعین ہین جو شکل اب س د کو تمام کرتے ہین



اور اسیواسطے اونکا نام متمم ہے

تو متمم ب ک برابر ہوگا متمم ک د کے

چونکہ اب س د متوازی الاضلاع ہے اور ا س اوسکا قطر ہے

تو بحکم (٣٤ ش ام) کے مثلث اب س برابر ہے مثلث ا د س کے

اور چونکہ ا ی ک ہ متوازی الاضلاع ہے اور ا ک اوسکا قطر ہے

تو بحکم (٣٤ ش ام) کے مثلث ا ی ک برابر ہے مثلث ا ہ ک کے

اور اسی دلیل سے مثلث ک ح س برابر ہے مثلث ک ف س کے

تو بحکم (٢ علوم متعارفہ) دو مثلث ا ی ک اور ک ح س ملکر برابر ہوئے مثلثون ا ہ ک اور ک ف س کے مجموعہ کے

لیکن کل مثلث اب س برابر ہے کل مثلث ا د س کے

اسیواسطی بحکم (۳ علوم متعارفہ) کہ باقی متمم ب ک برابر ہوا باقی متمم ک د کے
اسیواسطی متمم الخ یہی ثابت کرنا تہا

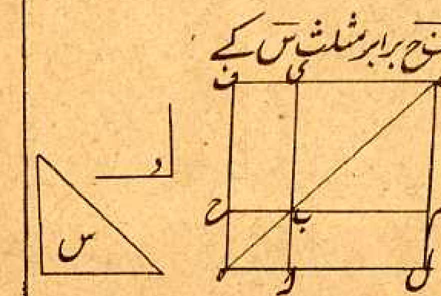
چوالیسوین شکل عملی

ایک خط مستقیم معلوم پر ایک متوازی الاضلاع متساوی ایک مثلث معلوم کے بناؤ جس کے زاویون مین سے ایک زاویہ برابر ایک زاویہ مستقیمہ الخطین معلوم کے ہو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم اور س مثلث معلوم اور د زاویہ مستقیمہ الخطین معلوم ہے

مطلوب یہہ ہے کہ خط مستقیم اب پر متوازی الاضلاع متساوی مثلث معلوم س کے بناوین جسکا ایک زاویہ برابر زاویہ د کے ہو

بحکم (۴۲ ش ام) کے متوازی الاضلاع ب ی ف ح برابر مثلث س کے



جسکا زاویہ ی ب ح برابر زاویہ د کے ہو بناؤ

اسطرح کہ ب ی اور اب ایک خط مستقیم مین ہون

ف ح کو ہ تک خارج کرو

اور بحکم (۳۱ ش ام) کہ نقطہ ا سے ا ہ متوازی ب ح یا ی ف کا نکالو اور ملاؤ ب ہ

چونکہ ہ ف خطوط متوازیہ ا ہ اور ی ف پر واقع ہوتا ہے

اسلئے بحکم (۲۹ ش ام) کے زاوئے ا ہ ف اور ہ ف ی ملکر برابر دو قائمون کے ہین

اسواسطے زاوئے ب ہ ف اور ہ ف ی ملکر کم دو قائمون سے ہین

لیکن بحکم (۱۲ علوم متعارفہ) کے خطوط مستقیم جو ایک خط مستقیم کے ساتہہ ملکر دو زاوئے داخلے ایک جہت مین ملکر کم دو قائمون سے پیدا کرتے ہین

تو وہ خارج ہوجانے سے ملجاتے ہین

اسواسطے ہ ب اور ف ی خارج ہونے سے ملجاوینگے

فرض کرو کہ وہ نقطہ ک پر خارج ہونے سے ملتے ہین

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ ک سے ک ل متوازی ی ا یا ف ہ کا کہینچو

اور ہ ا اور ح ب کو ایسا خارج کرو کہ ک ل سے نقاط ک اور ل پر ملے

تو ہ ل ک ف متوازی الاضلاع ہے

جسکا قطرہ ک ہے اور ا ح اور م ی متوازی الاضلاعین گرد قطرہ ک کے ہین

اور ل ب اور ب ف اونکے متمم ہین

اسواسطے بحکم (۴۳ ش ام) کے متمم ل ب برابر ہے متمم ب ف کے

لیکن متمم ب ف برابر مثلث س کے بنایا تہا

اسواسطے ل ب برابر ہے مثلث س کے

اور چونکہ بحکم (۱۵ ش ام) کے زاویہ ح ب ی برابر ہے زاویہ ا ب م کے

اور زاویہ ح ب ی برابر زاویہ د کے بنایا تہا

تو بحکم (۱ علوم) کے زاویہ ا ب م برابر ہے زاویہ د کے

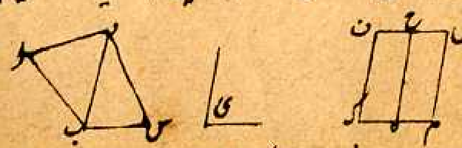
پس خط مستقیم اب پر متوازی الاضلاع ل ب برابر مثلث معلوم س کے بن گئی جسکا ایک زاویہ ا ب م برابر زاویہ معلوم د کے ہے عم

پینتالیسوین شکل عملی

ایک متوازی الاضلاع متساوی ایک مستقیمۃ الاضلاع معلوم کے بناؤ جسکا ایک زاویہ برابر زاویہ مستقیمہ الخطین معلوم کے ہو

فرض کرو کہ ا ب س د مستقیمۃ الاضلاع معلوم ہے اور ی زاویہ مستقیمہ الخطین معلوم

مطلوب یہہ ہے کہ متوازی الاضلاع برابر شکل ا ب س د کے بنائین جسکا ایک زاویہ برابر زاویہ ی کے ہو



ملاؤ ب د

بحکم (۴۲ ش ام) کہ متوازی الاضلاع ف ہ برابر مثلث ا د ب کی بناؤ جسکا زاویہ ف ک ہ برابر زاویہ ی کے ہو

اور بحکم (۴۴ ش ام) کے خط مستقیم ح ہ پر متوازی الاضلاع ح م برابر
مثلث د ب س کے بناؤ جسکا زاویہ ح ہ م برابر زاویہ ی کے ہو
تو شکل ف ک م ل متوازی الاضلاع مطلوب ہوگی
چونکہ زاویہ ی کی برابر ہر ایک زاویہ ف ک ہ اور ح ہ م بنایا گیا ہے
تو بحکم (۱ علوم) کے زاویہ ف ک ہ برابر ہے زاویہ ح ہ م کے
ان مساویوں میں سے ہر ایک پر زاویہ ک ہ ح زیادہ کرو
تو بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے زاوئے ف ک ہ اور ک ہ ح ملکر برابر ہونگے زاویوں ک ہ ح اور ح ہ م کے
لیکن بحکم (۲۹ ش ام) کہ زاوئے ف ک ہ اور ک ہ ح ملکر برابر دو قائموں کے ہین
تو زاوئے ک ہ ح اور ح ہ م ملکر برابر دو قائموں کے ہوئے
چونکہ نقطہ ہ پر خط مستقیم ح ہ کے دو خطوط مستقیم ک ہ اور ہ م مقابل سمتوں سے آکر ملتے ہین
اور متصل کے زاوئے برابر دو قائموں کے پیدا کرتے ہین
تو بحکم (۱۴ ش ام) کے ک ہ اور ہ م ایک خط مستقیم مین ہوئے
چونکہ خط مستقیم ہ ح خطوط متوازیہ ک م اور ف ح پر واقع ہوتا ہے
تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاوئے متبادلہ م ہ ح اور ہ ح ف آپسمین برابر ہین
ان مساویوں مین سے ہر ایک پر زاویہ ہ ح ل زیادہ کرو
تو زاوئے م ہ ح اور ہ ح ل ملکر برابر ہوئے زاویوں ہ ح ف اور
ہ ح ل کے
لیکن بحکم (۲۹ ش ام) کہ زاوئے م ہ ح اور ہ ح ل ملکر برابر دو قائموں کے ہوئے
تو زاوئے ہ ح ف اور ہ ح ل ملکر برابر دو قائموں کے ہوئے
اسواسطے بحکم (۱۴ ش ام) کے ف ح اور ح ل ایک خط مستقیم مین ہوئے
اور چونکہ ک ف متوازی ہ ح کا اور ہ ح متوازی م ل کا ہے

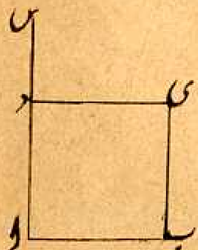
تو بحکم (۳۰ ش ام) کے ک ف متوازی م ل کا ہوا
اور ف ل متوازی ک م کا ثابت ہو چکا ہے
اسواسطے شکل ک ف ل م متوازی الاضلاع ہے
اور چونکہ مثلث ا ب د کی برابر متوازی الاضلاع د ف ہے
اور مثلث د ب س برابر متوازی الاضلاع ح م کے ہے
پس بحکم (۲ علوم) کہ کل مستقیم الاضلاع ا ب س د برابر کل متوازی الاضلاع ک ف ل م کے ہوئی
سطح سے متوازی الاضلاع ک ف ل م برابر مستقیم الاضلاع معلوم ا ب س د کے
بن گئی جسکا زاویہ ف ک م برابر زاویہ ی کے ہو اعم

نتیجہ صحیح

اس سے صاف ظاہر ہے کہ ایک خط مستقیم معلوم پر متوازی الاضلاع برابر مستقیم الاضلاع معلوم
کے چسپان ہو سکتی ہے جسکا ایک زاویہ برابر زاویہ معلوم کے ہو بطرح سے کہ خط مستقیم معلوم پر
بحکم (۴۴ ش ام) کہ اول ہی مثلث ا ب د کی برابر متوازی الاضلاع بنائین جسکا ایک زاویہ
برابر زاویہ معلوم کے ہو

چھیالیسوین شکل عملی

ایک خط مستقیم معلوم پر ایک مربع بناؤ
فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے
مطلوب یہہ ہے کہ ا ب پر مربع بنا دین



بحکم (۱۱ ش ام) کہ نقطہ ا سے اس زاویہ قائمے بناتا ہوا
ا ب پر نکالو
اور بحکم (۲ ش ام) کے ا د برابر ا ب کے بناؤ
اور بحکم (۳۱ ش ام) کہ نقطہ د سے د ی متوازی ا د کا

[illegible] متوازی [illegible] ی پر ملتا ہوا لکو

تو ا ب ی د متوازی الاضلاع ہوئی

بحکم (۳۴ ش ا م) کے ا ب برابر ہے د ی کے اور ا د برابر ہے ب ی

لیکن ا ب برابر ہے ا د کے

اسلئے چاروں خطوط مستقیم ب ا اور ا د اور د ی اور ی ب آپسمین برابر ہین

اور متوازی الاضلاع ا د ی ب متساوی الاضلاع ہوئی

اوسکے سب زاوئے بہی قائمے ہین

اسواسطی کہ خط مستقیم ا د خطوط متوازیہ ا ب اور د ی پر واقع ہے

بحکم (۲۹ ش ا م) کے زاوئے ب ا د اور ا د ی ملکر برابر دو قائمون کے ہین

لیکن زاویہ ب ا د ایک قائمہ بنایا گیا ہے

اسواسطی زاویہ ا د ی بہی قائمہ ہے

اور بحکم (۳۴ ش ا م) کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوئے آپسمین برابر ہوتے ہین

اسواسطی ہر ایک زاویہ مقابل کا ا ب ی اور ب ی د قائمہ ہوا

اسواسطی شکل ا د ی ب قائم الزوایا ہوئے

اور متساوی الاضلاع پہلے ثابت ہو چکی ہے

اسواسطی بحکم (۳۰ حد) کے شکل ا ب ی د مربع ہے

اور وہ خط مستقیم ا د پر مرتسم ہے عم

نتیجہ صحیح

اس اثبات سے صاف ظاہر ہے کہ جس متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہوگا

اوسکے سب زاوئے قائمے ہونگے

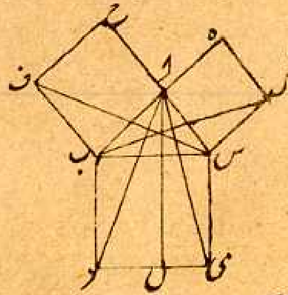
سینتالیسوین شکل اثباتی

مثلث قائم الزاویہ کے وتر پر جو مربع بنایا جائے وہ برابر ہوتا ہے اون مربعون کے

جو اون اضلاع پر کہ زاویہ قائمہ کے محیط ہین بنائے جائین

[illegible]

فرض کرو کہ ا ب س مثلث قائم الزاویہ ہے جسکا زاویہ ب ا س قائمہ ہے



تو مربع جو ضلع ب س پر کہینچا جائے برابر ہو دون مربعون کے

جو اضلاع ب ا اور ا س پر کہینچے جائین

بحکم (۴۶ ش ا م) کے ب س پر مربع ب د ی س

اور ب ا اور ا س پر مربعے ح ب اور ہ س بناؤ

اور بحکم (۳۱ ش ا م) کے نقطہ ا سے ا ل متوازی ب د یا س ی کہینچو

اور ملاؤ ا د اور ف س

چونکہ بموجب فرض کے زاویہ ب ا س قائمہ ہے

اور بموجب (۳۰ حدود) کے زاویہ ب ا ح بہی قائمہ ہے

دو خطوط مستقیم ا س اور ا ح خط مستقیم ا ب کے

مقابل سمتون سے آکر نقطہ ا پر ملتے ہین

اور اوسپر زاوئے متصلہ پہلوؤن مین برابر دو قائمون کے پیدا کرتے ہین

اسلئے بحکم (۱۴ ش ا م) کہ س ا اور ا ح ایک خط مستقیم مین ہین

اور اسیطرح کی دلیل سے ثابت ہے کہ ا ب اور ا ہ ایک خط مستقیم مین ہین

چونکہ زاویہ د ب س برابر ہے زاویہ ف ب ا کے

اسلئے کہ ہر ایک اونمین کا قائمہ ہے

انمین سے ہر ایک پر زاویہ ا ب س کو زیادہ کرو

تو بحکم (۲ علوم متعارفہ) کے کل زاویہ د ب ا برابر ہے کل زاویہ ف ب س کے

اور چونکہ دو ضلعے ا ب اور ب د برابر ہین دو ضلعون ف ب اور ب س کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اوراونکا زاویہ درمیانی د ب ا برابر ہے زاویہ درمیانی ف ب س کے

اسیواسطی بحکم (۴ ش ام) کے قاعدہ ا د برابر ہے قاعدہ ف س کے

اور مثلث ا ب د برابر ہے مثلث ف ب س کے

اب بحکم (۴۱ ش ام) کے متوازی الاضلاع ب ل دوچند ہے مثلث ا ب د کے

اسواسطی کہ وہ ایک ہی قاعدہ ب د پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ب د اور ا ل کے واقع ہین

اور بحکم (۴۱ ش ام) کہ مربع ح ب دوچند ہے مثلث ف س ب کے

اسواسطی کہ وہ دونو ایک ہی قاعدہ ف ب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ ف ب اور ح س کے واقع ہین

لیکن بحکم (۶ علوم) کے مساویون کے دوچند مساوی ہوتے ہین

اسواسطی متوازی الاضلاع ب ل برابر ہے مربع ح ب کے

علی ہذا القیاس خطوط مستقیم ا ی اور ب ک کے ملانے سے ثابت ہوسکتا ہے

کہ متوازی الاضلاع س ل برابر ہے مربع س ہ کے

اسواسطی بحکم (۲ علوم) کے کل مربع ب د ی س برابر ہوا دو مربعون ح ب اور ہ س کے

اور مربع ب د ی س وہ مربع ہے جو ب س پر بنا ہے اور مربعے ح ب اور ہ س وہ مربعے ہین

جو ب ا اور ا س پر بنتے ہین

اسواسطی مربع ضلع ب س پر بنایا گیا برابر ہوا دون مربعون کے جو ا ب اور ا س پر بنائے جائین

اسواسطی مثلث قائم الزاویہ الخ یہی ثابت کرنا تھا

اڑتالیسوین شکل اثباتی

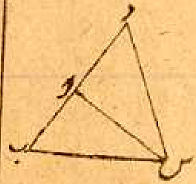
اگر مثلث کے ضلعون مین سے ایک ضلع پر مربع بنایا گیا برابر ہوا دون مربعون کے جو اور اضلاع پر بنائے جائین تو ان ضلعون کے درمیان کا زاویہ قائمہ ہوگا

فرض کرو کہ مثلث ا ب س کے اضلاع مین سے ایک ضلع ب س پر مربع بنایا گیا برابر ہوا دون مربعون کے جو اور اضلاع ا ب اور ا س پر بنائے جائین

تو زاویہ ب ا س قائمہ ہوگا

بحکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ ا سے ا د زاویے قائمے بناتا ہوا ا س پر نکالو

اور بحکم (۳ ش ام) کے ا د برابر ب ا کے بناؤ اور ملاؤ د س



چونکہ د ا برابر ہے ب ا کے

تو مربع د ا کا برابر ہے ب ا کے مربع کے

انمین سے ہریک پر مربع ا س کا زیادہ کرو

تو بحکم (۲ علوم) کے مربعے د ا اور ا س کے برابر ہوئے مربعون ا ب اور ا س کے

چونکہ زاویہ د ا س قائمہ ہے

تو بحکم (۴۷ ش ام) کے مربعے د ا اور ا س کے برابر ہین د س کے مربع کے

لیکن بموجب فرض کے ب س کا مربع برابر ہے مربعون ب ا اور ا س کے

اسواسطی د س کا مربع برابر ہے ب س کے مربع کے

اسواسطے ضلع د س برابر ہے ضلع ب س کے

اور اسلئے کہ ضلع د ا برابر ہے ضلع ا ب کے

اور ا س مشترک دونو مثلثون د ا س اور ب ا س مین ہے

دو ضلعے د ا اور ا س برابر ہیے دو ضلعون ب ا اور ا س کے موافق اپنی اپنی نظیر کے

اور قاعدہ د س برابر قاعدہ ب س کے پہلے ثابت ہوچکا ہے

اسواسطی بحکم (۸ ش ام) کے زاویہ د ا س برابر ہوا زاویہ ب ا س کے

لیکن زاویہ د ا س قائمہ ہے

اسواسطی زاویہ ب ا س قائمہ ہے

اسواسطی اگر مربع بنایا گیا الخ یہی ثابت کرنا تھا

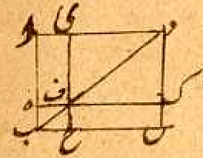
تمام شد مقالہ اول

مقالہ دوم

حدود

اول ہر متوازی الاضلاع کو جسکے زاویئے قائمے ہون قائم الزوایا کہتے ہین اور اوسکو اون دو خطوں مستقیم کی سطح سے جو اوسکی ایک زاویہ قائمہ کے محیط ہین تعبیر کرتے ہین

دوم ہر متوازی الاضلاع مین گرد قطر کے جو متوازی الاضلاعین ہون اونمین ایک متوازی الاضلاع کو مع دو متمون کے علم کہتے ہین جیسا کہ متوازی الاضلاع ج ہ کو مع دو متمون د ف اور ف س کی علم کہتے ہین اور اختصاراً اوسکو حروف د ح ک یا ی ہ س سے تعبیر کرتے ہین یعنے اون حروف سے جو علم کے متوازی الاضلاعون کے مقابل کے زاویون پر لکھے ہوئے ہین

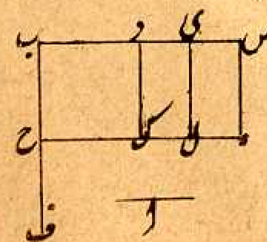


پہلی شکل اثباتی

اگر دو خطوط مستقیم مین سے ایک خط مستقیم کئی حصون مین منقسم ہو تو سطح دونو خطوط مستقیم کے برابر ہوگی اون سب سطحون کی جو خط غیر منقسم اور خط منقسم کے ہر ایک حصہ سے بنتے ہین

فرض کرو کہ ا اور ب س دو خطوط مستقیم ہین

اور انمین سے ب س کئی ایک حصون ب د اور د ی اور ی س مین نقاط د اور ی پر تقسیم ہوا ہے تو سطح خطوط مستقیم ا اور ب س کی برابر ہوگی ان سب سطحون کی جو ا اور ب د سے اور ا اور د ی سے اور ا اور ی س سے بنتی ہین



بحکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ ب سے ب ف زاویہ قائمہ بناتا ہوا س ب پر قائم کرو

اور بحکم (۳ ش ام) کے ب ح برابر ا کے بناؤ

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ ح سے ب س کا متوازی ح ہ

اور نقاط د اور ی اور س سے خطوط مستقیم د ک اور ی ل اور س ہ متوازی ب ح کی ح ہ

سے نقاط ک اور ل اور ہ پر ملتی ہوئی نکالو

اب قائم الزوایا ب ہ برابر ہے سطوح قائم الزوایا ب ک اور د ل اور ی ہ کے

لیکن ب ہ ہی سطح ا اور ب س کے

اسواسطے کہ وہ ہے سطح ب س اور ح ب کی اور ح ب برابر ہے ا کے

اور قائم الزوایا ب ک ہے سطح ا اور ب د کے

اسواسطے کہ وہ ہی سطح ح ب اور ب د کے اور ح ب برابر ہے ا کے

اور د ل ہے سطح ا اور د ی کے

اسواسطے کہ بحکم (۳۴ ش ام) کے د ک برابر ہے ب ح کی اور ب ح برابر ہے ا کے

اور اسیطرح سے ی ہ ہے سطح ا اور ی س کے

اسواسطے سطح ا اور ب س کی برابر ہے اون سب سطحون کے جو ا اور ب د سے اور ا اور

د ی سے اور ا اور ی س سے بنتی ہین

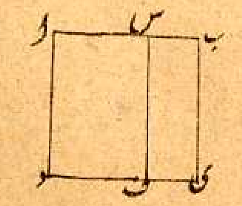
پس اسواسطے اگر دو خطوط مستقیم مین الخ یہی ثابت کرنا تھا

دوسری شکل اثباتی

اگر خط مستقیم کسی دو حصونمین تقسیم کیا جائے تو کل خط اور ہر ایک حصے سے جو سطحین پیدا ہونگی وہ ملکر برابر

ہونگی کل خط مستقیم کے مربع کے

فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب کسی دو حصونمین نقطہ س پر تقسیم ہوا ہے



تو سطح ا ب اور ب س اور سطح ا ب اور ا س کے

ملکر برابر ہونگی ا ب کے مربع کے

بحکم (۴۶ ش ام) کے ا ب پر مربع ا د ی ب بناؤ

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ س سے س ف متوازی ا د یا ب ی کا د ی سے نقطہ

ف پر ملتا ہوا نکالو

اب ا ی برابر ہے سطوح قائم الزوایا ا ف اور س ی کے

لیکن ا ی ہے مربع ا ب کا

اور ا ف ہی سطح ب ا اور ا س کی

اسلئے کہ وہ ہی سطح د ا اور ا س کی اور د ا برابر ہے ا ب کے

اور س ی ہے سطح ا ب اور ب س کی

اسلئے کہ ب ی برابر ہے ا ب کے

اسواسطے سطح ا ب اور ب س کی اور سطح ا ب اور ا س کی ملکر برابر ہین ا ب کی مربع کے

اسواسطے اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

تیسری شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصونمین تقسیم کیا جاوے تو سطح کل خط کی کسی ایک حصہ مین برابر ہوگی

سطح دونون حصون اور مربع حصہ مذکورہ کے مجموعہ کے



فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب نقطہ س پر کسی دو حصونمین تقسیم ہوا ہے

تو سطح ا ب اور ب س کی برابر ہوگی مجموعہ

سطح ا س اور س ب اور مربع ب س کے

بحکم (۴۶ ش ام) کے ب س پر مربع س د ی ب بناؤ اور ی د کو ف تک خارج کرو

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ ا سے ا ف متوازی س د یا ب ی کا ی ف سے نقطہ ف پر

ملتا ہوا نکالو

پس قائم الزاویہ ا ی برابر ہے سطوح قائم الزاویہ ا د اور س ی کے

اور ا ی ہے سطح ا ب اور ب س کے

اسواسطے کہ وہ ہی سطح ا ب اور ب ی کی جنین سے ب ی برابر ہے ب س کے

اور اد ہے سطح اس اور س ب کے

اسواسطے کہ س د برابر ہے س ب کے

اور س ی ہے مربع ب س کا

اسواسطے سطح اب اور ب س کی برابر ہے مجموعہ سطح اس اور س ب اور مربع ب س کے

اسواسطے اگر خط مستقیم لتقسیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

چوتھی شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصو نمین تقسیم کیا جائے تو مربع کل خط مستقیم کا برابر ہوگا دونو حصون کے

مربعون اور دو چند سطح ان دونون حصون کے

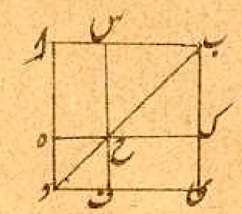
فرض کرو کہ اب نقطہ س پر کسی دو حصون مین تقسیم کیا گیا ہے

تو مربع اب کا برابر ہوگا اس اور س ب کی مربعون اور دو چند سطح اس اور س ب کے

بحکم (۴۶ ش ام) کے اب پر مربع ادی ب بناؤ اور ملاؤ ب د

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ س سے س ح ف متوازی اد یا ی ب کا نکالو جو ب د سے

نقطہ ح پر اور دی سے نقطہ ف پر ملے



اور نقطہ ح سے ہ ک متوازی اب یا دی کا نکالو جو

اد سے نقطہ ہ پر ملے

اور ب ی سے نقطہ ک پر

پس اس سبب سے کہ س ف متوازی اد کا ہے اور ب د اون پر واقع ہے

بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ خارجہ ب ح س برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ ا د ب کے

لیکن بحکم (۵ ش ام) کے زاویہ ا د ب برابر ہے زاویہ ا ب د کے

اسواسطے کہ مربع کے ضلعے ب ا اور اد آپسمین برابر ہین

پس اسواسطے زاویہ ب ح س برابر ہے زاویہ د ب ا یا ح ب س کے

اور اسواسطے بحکم (۶ ش ام) کے ضلع ب س برابر ہے ضلع س ح کے

لیکن بحکم (۳۴ ش ام) کے ب س برابر ہے ح ک کے اور س ح برابر ہے ب ک کے

اسواسطے شکل س ح ک ب متساوی الاضلاع ہوئے

اور ایسی ہی وہ قائم الزوایا بھی ہے

اسواسطے کہ س ح متوازی ب ک کا ہے اور س ب اونپر واقع ہوتا ہے

تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویئے ک ب س اور ب س ح ملکر برابر دو قائمون کے ہین

لیکن بموجب (۳۰ حد ام) کے ک ب س ایک زاویہ قائمہ ہے

اسواسطے ب س ح بھی ایک قائمہ ہے

اور اسیواسطے بحکم (۳۴ ش ام) ہر ایک زاویہ اونکے مقابل کے زاویون س ح ک اور ح ک ب مین سے قائمہ ہے

اسیواسطے س ح ک ب قائم الزوایا ہے

اور متساوی الاضلاع پہلے ثابت ہو چکی ہے

اسواسطے وہ مربع ضلع س ب پر ہے

اور ایسی دلیل سے ہ ف مربع ضلع ہ ح پر ہے

اور بحکم (۳۴ ش ام) کے ہ ح برابر ہے اس کے

اسیواسطے ہ ف اور س ک مربعے اس اور س ب پر ہوئے

اور چونکہ بحکم (۴۳ ش ام) کے متمم ا ح برابر ہے متمم ح ی کے

اور ا ح ہے سطح اس اور ب س کے

اسلئے کہ ح س برابر ہے س ب کے

تو ح ی بھی برابر ہے سطح اس اور س ب کے

اسواسطے ا ح اور ح ی برابر ہوئین دو چند سطح اس اور س ب کے

اور ہ ف اور س ک برابر ہین اس اور س ب کے مربعون کے

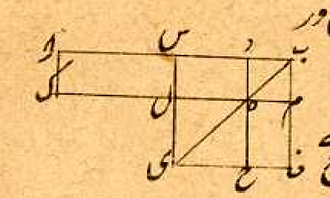
اسواسطے چارون شکلین ہ ف اور س ک اور ا ح اور ح ی برابر ہونین ا س اور س ب کے
مربعون اور دو چند سطح ا س اور س ب کے
لیکن چارون شکلین ہ ف اور س ک اور ا ح اور ح ی کل شکل ا د ی ب جو مربع ا ب کا ہی بناتی ہین
اسواسطے مربع ا ب کا برابر ہی ا س اور س ب کی مربعون اور دو چند سطح ا س اور س ب کی
اسواسطے اگر ایک خط مستقیم تقسیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ صریح

اوپر کے ثبوت سے ظاہر ہے کہ مربع کے قطر کے گرد متوازی الاضلاعین مربع ہوتے ہین

پانچوین شکل ثناتی

اگر ایک خط مستقیم دو مساوی اور دو غیر متساوی حصون مین تقسیم کیا جاوے تو سطح دونو غیر مساوی حصو نکے
مع مربع اوس خط کے جو درمیان نقاط تقسیم کی واقع ہے برابر ہوتی ہے نصف خط کے مربع کے
فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب نقطہ س پر دو مساوی حصون مین اور



نقطہ د پر دو غیر مساوی حصون مین تقسیم ہوا ہے
تو سطح ا د اور د ب کی مع مربع س د کی برابر ہوگی س ب کی مربع کے
بحکم (۴۶ ش ا م) کی س ب پر مربع س ی ف ب بناؤ اور ملاؤ ب ی
اور بحکم (۳۱ ش ا م) کے نقطہ د سے د ح متوازی س ی یا ب ف کا نکالو
جو ب ی سے نقطہ ہ پر اور ی ف سے نقطہ ح پر ملتا ہو
اور نقطہ ہ سے ک ل م متوازی س ب یا ی ف کا نکالو جو س ی سے
نقطہ ل پر اور ب ف سے نقطہ م پر ملتا ہو
اور نقطہ ا سے ا ک متوازی س ل کا یا ب م کا نکالو جو م ل ک سے نقطہ ک پر ملے
پس بحکم (۴۳ ش ا م) کے متمم س ہ برابر ہے متمم ہ ف کے
ان مساویون سے ہر ایک پر د م زیادہ کرو

تو کل س م برابر ہے کل د ف کے
لیکن اس سبب سے کہ ا س برابر ہے س ب کے
بحکم (۴۶ ش ا م) کے ا ل برابر ہے س م کے
اسیواسطے ا ل برابر ہے د ف کے
انمین سے ہر ایک مساوی پر س ہ زیادہ کرو
تو ا ہ برابر ہے د ف اور س ہ کے
لیکن ا ہ ہے سطح ا د اور د ب کے
اسیلیے کہ د ہ برابر ہے د ب کے
اور د ف مع س ہ کے علم س م ح ہے
اسلیے علم س م ح برابر ہوا سطح ا د اور د ب کے
ان مساویونمین سے ہر ایک پر زیادہ کرو ل ح
جو بحکم (۴ ش ا م و ۴۴ ش ا م) کے برابر ہے س د کے مربع کے
اسیواسطے علم س م ح مع مربع ل ح کے برابر ہے سطح ا د اور د ب مع مربع س د کے
لیکن علم س م ح اور مربع ل ح سے کل شکل س ی ف ب بنتی ہے
اور یہہ شکل مربع س ب کا ہے
اسواسطے سطح ا د اور د ب کی مع مربع س د کے برابر س ب کے مربع کے ہے
اسیواسطے اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

نتیجہ صریح

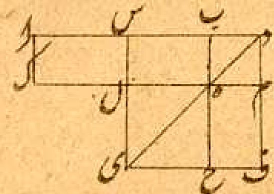
اس شکل سے ظاہر ہے کہ خطوط مستقیم غیر مساوی ا س اور س د پر جو مربعے بنائے جائین
اونکا فرق برابر ہوتا ہے اونکے مجموعہ ا د اور اونکے فرق د ب کی سطح کے

چھٹی شکل ثناتی

اگر ایک خط مستقیم تنصیف کیا جائے اور کسی نقطہ تک خارج کیا جائے تو سطح اس کل خط مستقیم کی جو خارج ہونے سے بنا ہے اور حصہ ممدودہ کی مع مربع نصف خط مستقیم کی تنصیف کیے گئے کی برابر ہوگی اوس خط مستقیم کے مربع کے جو نصف خط اور حصہ ممدودہ سے بنا ہے

فرض کرو کہ خط مستقیم اب نقطہ س پر تنصیف کیا گیا ہے اور نقطہ د تک خارج کیا گیا ہے

تو سطح ا د اور د ب کی مع مربع ب س کی برابر ہوگی مربع س د کے



بحکم (۴۶ ش ام) س د پر مربع س ی ف د بناؤ اور ملا دو د ی

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ ب سے ب ہ ح متوازی س ی یا د ف کا نکالو جو د ی سے نقطہ ہ پر اور ی ف سے نقطہ ح پر ملتا ہے

اور نقطہ ہ سے ک ل م متوازی ا د یا ی ف کا نکالو جو د ف سے نقطہ م پر اور س ی سے نقطہ ل پر ملتا ہے

اور نقطہ ا سے ا ک متوازی س ل یا د م کا نکالو جو م ل ک سے نقطہ ک پر ملتا ہے

چونکہ ا س برابر ہے س ب کے

اسواسطے بحکم (۳۶ ش ام) کے قائم الزوایا ا ل برابر ہے قائم الزوایا س ہ کے

لیکن بحکم (۴۳ ش ام) کے س ہ برابر ہے ہ ف کے

اسیواسطے ا ل برابر ہے ہ ف کے

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر س م زیادہ کرو

تو شکل ا م برابر ہوئی علم س م ح کے

لیکن ا م ہے سطح ا د اور د ب کے

اسلئے کہ د ب بحکم (۴ نتیجہ ۴ ش ام) کے برابر ہے د م کے

اسیواسطے علم س م ح برابر ہے سطح ا د اور د ب کے

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر ل ح جو س ب کے مربع کے برابر ہے زیادہ کرو

تو سطح ا د اور د ب کی مع مربع س ب کے برابر ہوئی علم س م ح اور شکل ل ح کے

لیکن علم س م ح اور ل ح ملکر کل شکل س ی ف د بناتے ہیں

اور یہہ کل شکل مربع س د کا ہے

اسیلئے سطح ا د اور د ب کی مع مربع س ب کے برابر ہے مربع س د کے

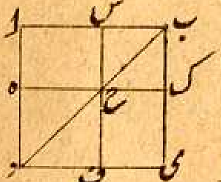
پس اسیواسطے اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

ساتوین شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصوں میں منقسم ہو تو کل خط مستقیم کا مربع اور ایک حصہ کا مربع ملکر برابر ہونگے دو چند سطح کل خط مستقیم اور اوسی حصہ کی اور مربع دوسرے حصہ کے

فرض کرو کہ خط مستقیم اب نقطہ س پر دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے

تو مربعے اب اور ب س کے ملکر برابر ہونگے دو چند سطح اب اور ب س اور مربع ا س کے



بحکم (۴۶ ش ام) کے اب پر مربع ا د ی ب بناؤ

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ س سے س ل متوازی

ا د یا ب ی کا نکالو جو ب د سے نقطہ ح پر اور د ی سے نقطہ ل پر ملتا ہو

اور نقطہ ح سے ہ ح ک متوازی اب یا د ی کا نکالو جو ا د سے نقطہ ہ پر اور ب ی سے نقطہ ک پر ملتا ہو

پس بحکم (۴۳ ش ام) کے ا ح برابر ہے ح ی کے

انمیں سے ہر ایک پر مربع س ک زیادہ کرو

تو کل ا ک برابر ہے کل س ی کے

اور اسیواسطے ا ک اور س ی ملکر دو چند ا ک سے ہیں

لیکن ا ک اور س ی ملکر علم ا ک ف اور مربع س ک ہیں

اسیواسطے علم ا ک ف اور مربع س ک دو چند ہیں ا ک سے

لیکن دو چند سطح اب اور ب س کی دو چند ہے اک سے

اسواسطی کہ بحکم (نتیجہ ۴ ش ام) کے ب ک برابر ہے ب س کے

اسیواسطی علم ا ک ف اور مربع س ک برابر ہین دو چند سطح اب اور ب س کے

ان مساویون مین سے ہر ایک پر زیادہ کرو ہ ف کو جو برابر اس کے مربع ک ہے

تو علم ا ک ف مع مربعون س ک اور ہ ف کی برابر ہین دو چند سطح اب اور ب س مع مربع اس کے

لیکن علم ا ک ف مع مربعات س ک اور ہ ف کو کل شکل ا د ی ب اور شکل س ک ہے

اور یے شکلین مربعات اب اور ب س کی ہین

اسیواسطی مربعات اب اور ب س کی برابر ہین دو چند سطح اب اور ب س مع مربع ا س کے

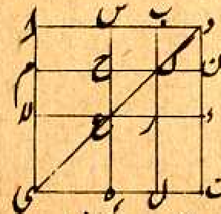
اسیواسطی اگر خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تہا

آٹھوین شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم کسی دو حصونمین تقسیم کیا جائے تو چوچند سطح کل خط کی کسی ایک حصہ مین مع مربع دوسرے حصہ کے برابر ہوگی مربع اوس خط مستقیم کے جو کل خط اور پہلے حصہ سے بنا ہے

فرض کرو کہ خط مستقیم اب نقطہ س پر دو حصونمین تقسیم ہوا ہے

تو چوچند سطح اب اور ب س کی مع مربع ا س کی برابر ہوگی اوس خط مستقیم کے مربع کے جو اب اور ب س سے ملکر بنا ہے



بحکم (۳ ش ام) کہ اب کو و تک ایسا خارج کرو کہ ب د برابر ب س کے ہو

اور بحکم (۴۶ ش ام) کہ ا د پر مربع ا ی ف د بناؤ اور د ی ملاؤ

نقاط ب اور س سے ب ل اور س ہ متوازی ا ی یا د ف کے

د ی کو نقاط ک اور ع پر قطع کرتے ہوئے اور ی ف سے نقاط ل اور ہ پر ملتے ہوئے نکالو

اور نقاط ک اور ع سے م ح ک ن اور ل ا ع ر متوازی ا د یا ی ف کے نکالو

چونکہ س ب برابر ہے ب د کے اور س ب برابر ح ک کے اور ب د برابر ک ن کے

تو ح ک برابر ہوا ک ن کے

اور ایسی ہی دلیل سے ع ر برابر ہے ر ز کے

اور چونکہ س ب برابر ہے ب د کے اور ح ک برابر ک ن کے

تو بحکم (۳۶ ش ام) کے قائم الزوایا س ک برابر ہے قائم الزوایا ب ن کو اور قائم الزوایا ح ر برابر ہے قائم الزوایا ن ر کے

لیکن بحکم (۴۳ ش ام) کے س ک برابر ہے ر ن کے

اسواسطی کہ وہ متمم متوازی الاضلاع س و کے ہین

اسیواسطے ب ن برابر ہے ح ر کے

اسیواسطی چارون قائم الزوایا ب ن اور س ک اور ح ر اور ر ن باہم برابر ہین

اور اسیواسطی چارون ملکر چوچند ہوئین کسی ایک قائم الزوایا س ک سے

اور چونکہ س ب برابر ہے ب د کے اور ب د برابر ہے ب ک کے یعنی س ح کے

اور چونکہ س ب برابر ہے ح ک یعنے ح ع کے

اسیواسطی س ح برابر ہے ح ع کے

اور چونکہ س ح برابر ہے ح ع کے اور ع ر برابر ر ز کے

اسواسطی قائم الزوایا ا ح برابر ہے م ع کے اور ع ل برابر ہے ر ف کے

لیکن بحکم (۴۳ ش ام) کے م ع برابر ہے ع ل کے

اسواسطی کہ وہ متمم متوازی الاضلاع م ل کے ہین

اسیواسطی ا ح برابر ہے ر ف کے

اسیواسطی چارون قائم الزوایا ا ح اور م ع اور ع ل اور ر ف باہم برابر ہین اور چارون ملکر چوچند کسی ایک شکل ا ح سے ہین

اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ چارون قائم الزوایا س ک اور ب ن اور ح ر اور ر ن چوچند ہین س ک سے

اسیواسطی آٹھون قائم الزوایا جن سے کہ علم ا د ہ بنتا ہے چوچند ا ک سے ہوئین

اور چونکہ اک ہی سطح ا ب اور ب س کے

اسواسطی کہ ب ک برابر ہے ب س کے

اسیواسطی چوچند سطح ا ب اور ب س کے چوچند ا ک سے ہے

لیکن پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ علم ا د ہ چوچند ہے ا ک کے

اسیواسطی چوچند سطح ا ب اور ب س کی برابر ہوئی علم ا د ہ کے

ان مساویون مین سے ہر ایک پر ل ا ہ جو برابر ا س کے مربع کے ہے زیادہ کرو

تو چوچند سطح ا ب اور ب س کی مع مربع ا س کے برابر علم ا د ہ اور مربع ل ا ہ کے ہے

لیکن علم ا د ہ اور مربع ل ا ہ سے کل شکل ا ی ف د بنتی ہے

اور ا ی ف د مربع ا د کا ہے

اسیواسطی چوچند سطح ا ب اور ب س کی مع مربع ا س کے برابر ہے مربع ا د کے

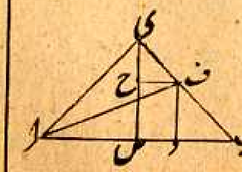
یعنی اوس خط مستقیم کے مربع کے ہے جو ا ب اور ب س سے ملکر بنا ہے

اسیواسطی اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تہا

نوین شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم دو مساوی اور دو غیر مساوی حصون مین تقسیم کیا جائی تو مربعات دونو غیر مساوی حصون کے ملکر دوچند ہوتے ہین نصف خط کے مربع اور اوس خط کے مربع سے جو درمیان نقاط تقسیم کے واقع ہے

فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب دو مساوی حصون مین نقطہ س پر اور دو غیر مساوی حصون مین نقطہ د پر تقسیم کیا گیا ہے



تو ا د اور د ب کے مربع ملکر دوچند ا س اور س د کے مربعون کے مجموعہ سے ہونگے

بحکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ س سے س ی زاویہ قائمہ بناتا ہوا ا ب پر کہینچو اور

اور بحکم (۳ ش ام) کے س ی برابر ا س یا س ب کے بناؤ اور ملاؤ ی ا اور ی ب

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ د سے د ف متوازی س ی کا ی ب سے نقطہ ف پر ملتا ہوا

اور نقطہ ف سے ف ح متوازی ب ا کا نکالو اور ملاؤ ا ف

چونکہ ا س برابر ہے س ی کے

تو بحکم (۵ ش ام) کے زاویہ ا ی س برابر ہے زاویہ ی ا س کے اور زاویہ ا س ی قائمہ ہے

تو بحکم (۳۲ ش ام) کے مثلث کے دو اور زاویئے ا ی س اور ی ا س ملکر برابر ایک قائمہ کے ہین

اور چونکہ وہ آپسمین برابر ہین

تو ہر ایک اون مین سے نصف قائمہ ہوا

اور اسی دلیل سے ہر ایک زاویہ س ی ب اور ی ب س مین سے نصف قائمہ ہے

اسیواسطی کل زاویہ ا ی ب ایک قائمہ ہے

اور چونکہ زاویہ ح ی ف نصف قائمہ ہے

اور زاویہ ی ح ف قائمہ ہے

اسلئے کہ وہ بحکم (۲۹ ش ام) کے برابر ہے مقابل کے زاویہ داخلہ ی س ب کے

اسیواسطی باقی زاویہ ی ف ح نصف قائمہ ہے

اسیواسطی زاویہ ح ی ف برابر ہے زاویہ ی ف ح کے

اور بحکم (۶ ش ام) کے ح ف برابر ہے ی ح کے

اور چونکہ زاویہ ب نصف قائمہ ہے

اور زاویہ ف د ب ایک قائمہ ہے

اسواسطی کہ وہ بحکم (۲۹ ش ام) کے برابر ہے زاویہ داخلہ اور مقابلہ ی س ب کے

اسیواسطی باقی زاویہ ب ف د نصف قائمہ ہے

اسیواسطی زاویہ ب برابر زاویہ ب ف د کے ہے

اور بحکم (۶ ش ام) کے ضلع د ف برابر ہے ضلع د ب کے

اور چونکہ ا س برابر ہے س ی کے

تو ا س کا مربع برابر ہوا س ی کے مربع کے

اسیواسطی ا س اور س ی کے مربعے دوچند مربع ا س سے ہین

لیکن بحکم (۴۷ ش ام) کے ا ی کا مربع برابر ہے ا س اور س ی کے مربعون کے

اسلیئے کہ زاویہ ا س ی قائمہ ہے

اسیواسطی ا ی کا مربع دوچند ہے ا س کے مربع سے

اور چونکہ ی ح برابر ہے ح ف کے

تو ی ح کا مربع برابر ہے ح ف کے مربع کے

اسیواسطی ی ح اور ح ف کے مربعے دوچند ہوئے ح ف کے مربع سے

اور بحکم (۴۷ ش ام) کے ی ف کا مربع برابر ہے ی ح اور ح ف کے مربعون کے

اسیواسطی مربع ی ف کا دوچند ہوا ح ف کے مربع سے

اور بحکم (۳۴ ش ام) کے ح ف برابر ہے س د کے

اسیواسطی ی ف کا مربع دوچند ہوا س د کے مربع سے

لیکن ا ی کا مربع دوچند ہے ا س کے مربع سے

اسیواسطی ا ی اور ی ف کے مربعے دوچند ہوئے ا س اور س د کے مربعون سے

لیکن زاویہ ا ی ف کے قائمہ ہونے سے

بحکم (۴۷ ش ام) کے مربع ا ف کا برابر ہے ا ی اور ی ف کے مربعون کے

اسیواسطی ا ف کا مربع دوچند ہے ا س اور س د کے مربعون سے

لیکن زاویہ ا د ف کے قائمہ ہونے سے

بحکم (۴۷ ش ام) کے مربعات ا د اور د ف برابر ہین مربع ا ف کے

اسیواسطی مربعات ا د اور د ف کے دوچند ہوئے ا س اور س د کے مربعون سے

اور د ف برابر ہے د ب کے

اسیواسطی ا د اور د ب کے مربعے دوچند ہوئے ا س اور س د کے مربعون سے

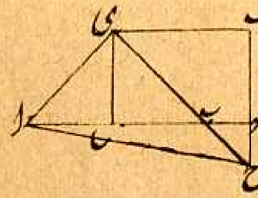
اسیواسطی اگر ایک خط مستقیم تقسیم کیا جائے الخ یہی ثابت کرنا تھا

دسوین شکل اثباتی

اگر ایک خط مستقیم تضیف کیا جاوئے اور کسی نقطہ تک خارج کیا جائے تو مربع اس کل خط مستقیم کا کہ جو خارج ہونیسے بنا ہے اور مربع حصہ ممدودہ کا ملکر دوچند ہوگا مربع نصف خط اور مربع نصف خط مع حصہ ممدودہ کے مجموعے سے

فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب نقطہ س پر تضیف ہوا ہے اور نقطہ د تک خارج کیا گیا ہے

تو ا د اور د ب کے مربعے دوچند ا س اور س د کے مربعون سے ہونگے



بحکم (۱۱ ش ام) کے نقطہ س سے س ی زاویہ قائمہ بناتا ہوا ا ب پر نکالو

اور بحکم (۳ ش ام) کے س ی برابر ا س یا س ب کے

بناؤ اور ملاؤ ا ی اور ی ب

اور بحکم (۳۱ ش ام) کے نقطہ ی سے ی ف متوازی ا ب کا اور نقطہ د سے د ف متوازی س ی کا ی ف سے نقطہ ف پر ملتا ہوا نکالو

چونکہ خطوط متوازیہ ی س اور د ف پر خط مستقیم ی ف واقع ہوتا ہے

تو بحکم (۲۹ ش ام) کے زاویہ س ی ف اور ی ف د ملکر برابر دو قائمون کے ہین

اور اسیواسطی زاویہ ب ی ف اور ی ف د ملکر کم دو قائمون سے ہونگے

اور بحکم (۱۲ علوم) کے خطوط مستقیم جن پر ایک اور خط مستقیم واقع ہوا اور زاوئے داخلے ایک جہت کے ملکر دو قائمون سے کم پیدا کرین

تو وہ خطوط مستقیم کھینچے جانے سے کہین نہ کہین ملجاتے ہین

اسلئے ی ب اور ف د اگر ب اور د کی جانب مین خارج کئے جاوین تو آپسمین ملجاوینگے

فرض کرو کہ وہ خارج ہونے سے ح پر ملتے ہین ملاؤ ا ح

چونکہ ا س اور س ی آپسمین برابر ہین

تو بحکم (۵ ش ام) کے زاویہ س ی ا برابر ہے زاویہ ی ا س کے

اور زاویہ ا س ی قائمہ بنایا گیا ہے

اسیواسطی بحکم (۳۲ ش ام) کی ہر ایک زاویہ س ی ا اور س ا ی مین سے نصف قائمہ ہے

اور ایسی ہی دلیل سے ہر ایک زاویہ س ی ب و ی ب س مین سے نصف قائمہ ہوگا

اسیواسطی کل زاویہ ا ی ب ایک قائمہ ہے

اور چونکہ ی ب س نصف قائمہ ہے

تو بحکم (۱۵ ش ام) کے اوسکے مقابل کا زاویہ د ب ح نصف قائمہ ہے

لیکن زاویہ ح د ب قائمہ ہے

اسلئے کہ بحکم (۲۹ ش ام) کے وہ برابر ہے زاویہ متبادلہ د س ی کے

اسیواسطی بحکم (۳۲ ش ام) کے باقی زاویہ د ح ب نصف قائمہ ہے

اور اسیواسطی وہ برابر ہے زاویہ د ب ح کے

اور اسیواسطی بحکم (۶ ش ام) کے ضلع د ب برابر ہے ضلع د ح کے

اور چونکہ زاویہ ی ح ف نصف قائمہ ہے اور زاویہ ف قائمہ ہے

اسلئے کہ بحکم (۳۴ ش ام) کے وہ برابر ہے مقابل کے زاویہ ی س د کے

اسلئے باقی زاویہ ف ی ح نصف قائمہ ہے

اور اسلئے برابر ہے زاویہ ی ح ف کے

اسیواسطی بحکم (۶ ش ام) کے ضلع ح ف برابر ہے ضلع ف ی کے

اور چونکہ ی س برابر ہے س ا کے

تو ی س کا مربع برابر ہوا س ا کے مربع کے

اسیواسطی س ا اور ی س کے مربعے دوچند ہوئے س ا کے مربع سے

لیکن بحکم (۴۷ ش ام) کے ا ی کا مربع برابر ہے س ا اور ی س کے مربعونکے

اسیواسطی ا ی کا مربع دوچند ہوا ا س کے مربع سے

چونکہ ح ف برابر ہے ی ف کے

تو ح ف کا مربع برابر ہے ی ف کے مربع کے

اسیواسطی ح ف اور ف ی کے مربعے دوچند ہوئے ف ی کے مربع سے

لیکن بحکم (۴۷ ش ام) کی ی ح کا مربع برابر ہے ح ف اور ف ی کے مربعون کے

اسیواسطی ی ح کا مربع دوچند ہوا ف ی کے مربع سے

اور بحکم (۳۴ ش ام) کے ف ی برابر ہے س د کے

اسیواسطی ی ح کا مربع دوچند ہوا س د کے مربع سے

لیکن پہلے ثابت ہو چکا ہے

کہ ا ی کا مربع دوچند ہے ا س کے مربع سے

اسیواسطی ا ی اور ی ح کے مربع دوچند ہوئے ا س اور س د کے مربعون سے

لیکن بحکم (۴۷ ش ام) کے ا ح کا مربع برابر ہے ا ی اور ی ح کے مربعون کے

اسیواسطی ا ح کا مربع دوچند ہوا ا س اور س د کے مربعون سے

لیکن بحکم (۴۷ ش ام) کے ا د اور د ح کے مربعے برابر ہین ا ح کے مربع کے

اسیواسطی ا د اور د ح کے مربعے دوچند ہوئے ا س اور س د کے مربعون سے

اور د ح برابر ہے د ب کے

اسیواسطی ا د اور د ب کے مربعے دوچند ہوئے ا س اور س د کے مربعون سے

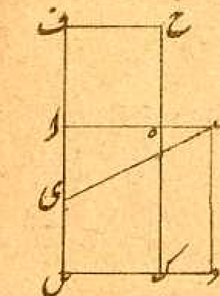
اسیواسطی اگر ایک خط مستقیم الخ یہی ثابت کرنا تھا

گیارہوین شکل عملی

ایک خط مستقیم معلوم کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ کل خط اور ایک حصہ کی سطح برابر ہو دوسرے حصہ کے مربع کے

فرض کرو کہ اب ایک خط مستقیم معلوم ہے

مطلوب یہہ ہے کہ اوسکو ایسے دو حصون مین تقسیم کرین کہ سطح کل خط کی ایک حصہ مین برابر ہو دوسرے حصہ کے مربع کے



بحکم (۴۶ ش ام) کے اب پر مربع اس د ب بناؤ

اور بحکم (۱۰ ش ام) کے اس کو نقطہ ی پر تنصیف کرو اور ملاؤ ب ی

س ا کو ف تک خارج کرو کے بحکم (۳ ش ام) کے ی ف برابر ی ب کے بناؤ

اور بحکم (۴۶ ش ام) کے ا ف پر مربع ا ف خ ہ بناؤ

تو اب نقطہ ہ پر ایسا تقسیم ہوگا کہ سطح کل خط اب اور ب ہ کی برابر ہوگی اہ کے مربع کے

خ ہ کو خارج کرو کہ س د سے نقطہ ک پر ملے

چونکہ خط مستقیم اس نقطہ ی پر تنصیف ہوتا ہے اور نقطہ ف تک خارج ہوا ہے

تو بحکم (۶ ش ۲ م) کی سطح س ف اور ف ا کی مع مربع ا ی کے برابر ہوئی ی ف کے مربع کے

لیکن ی ف برابر ہے ی ب کے

تو سطح س ف اور ف ا کی مع مربع ی ا کے برابر ہوئی ی ب کے مربع کے

اور بحکم (۴۷ ش ام) کے ی ب کا مربع برابر ہے ی ا اور اب کے مربعون کے

اسلئے کہ زاویہ ی اب قائمہ ہے

اسیواسطی سطح س ف اور ف ا کی مع مربع ی ا کے برابر ہوئی ی ا اور اب کے مربعون کے

(۴)
(۱۲)
(۶)
(۷۵)

اور مربع ی ا کا دونون مین مشترک ہے اوسے ساقط کرو

تو سطح س ف اور ف ا کی برابر ہوئی ب ا کے مربع کے

لیکن شکل ف ک ہے سطح س ف اور ف ا کے

اسواسطی کہ ف خ برابر ہے ف ا کے

اور ا د مربع اب کا ہے

اسواسطی شکل ف ک برابر ہوئی ا د کے

حصہ مشترکہ ا ک کو ساقط کرو

تو باقی ف ہ برابر ہوئی باقی ہ د کے

لیکن ہ د ہے سطح اب اور ب ہ کے

اسواسطی کہ اب برابر ہے ب د کے

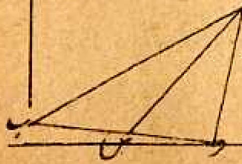
اور ف ہ ہے اہ کا مربع

اسیواسطی سطح اب اور ب ہ کی برابر ہوئی اہ کے مربع کے

اسیواسطی خط مستقیم معلوم اب نقطہ ہ پر ایسا تقسیم ہوگیا کہ سطح اب اور ب ہ کی برابر ہے اہ کے مربع کے عم

بارہوین شکل اثباتی

اگر ایک مثلث منفرج الزاویہ کے کسی ایک زاویہ حادہ سے مقابل کے ضلع پر عمود نکالین تو مربع وتر کا یعنی اوس ضلع کا جو سامنی زاویہ منفرجہ کے ہے بڑا ہوگا اون دو ضلعون کے مربعون سے جو محیط زاویہ منفرجہ کے ہین بقدر دو چند سطح اوس ضلع کے جو خارج ہوتا ہے اور عمود اوسپر واقع ہوتا ہے بیچ اوس خط مستقیم کے جو باہر مثلث کے درمیان موقع عمود اور زاویہ منفرجہ کے واقع ہو



فرض کرو کہ مثلث اب س منفرج الزاویہ ہے جسکا زاویہ اس ب منفرجہ ہے

اور نقطہ ا سے ا د عمود ضلع ب س خارج شدہ پر نکالا ہے

تو اب کا مربع اس اور س ب کے مربعوں سے بقدر دو چند سطح ب س اور س د کے بڑا ہوگا

چونکہ خط مستقیم ب د نقطہ س پر دو حصوں میں تقسیم ہوتا ہے

تو بحکم (۴ ش ۲ م) کے ب د کا مربع برابر ہے ب س اور س د کے مربعوں اور دو چند سطح ب س اور س د کے

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر د ا کا مربع زیادہ کرو

تو ب د اور د ا کے مربعے برابر ہوئے ب س اور س د اور ا د کے مربعوں اور دو چند سطح ب س اور س د کے

اور بحکم (۴۷ ش ۱ م) کے ب ا کا مربع برابر ہے ب د اور د ا کے مربعوں کے اسواسطے کہ زاویہ د قائمہ ہے

اور س ا کا مربع برابر ہے س د اور د ا کے مربعوں کے

اسیواسطے ب ا کا مربع برابر ہے ب س اور س ا کے مربعوں اور دو چند سطح ب س اور س د کے

یعنے ب ا کا مربع ب س اور س ا کے مربعوں سے بقدر دو چند سطح ب س اور س د کے بڑا ہے

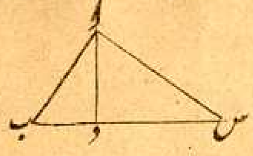
اسیواسطے اگر مثلثوں منفرج الزاویہ میں الخ یہی ثابت کرنا تھا

تیرہوین شکل اثباتی

کسی مثلث میں زاویہ حادہ کے مقابل ضلع کا مربع اوس حادہ زاویہ کے گرد کے دو ضلعوں کے مربعوں سے چھوٹا ہوتا ہے بقدر دو چند سطح ایک ضلع کے اضلاع محیط زاویہ میں سے ہیچ اوس خط مستقیم کے جو واقع ہے درمیان زاویہ حادہ اور اوس عمود کے جو اس ضلع پر مقابل کے زاویہ سے نکالا جائے

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہی اور ب زاویہ حادہ ہے اور اوسکے ایک ضلع ب س پر جو زاویہ کے اضلاع محیط میں سے ہے عمود ا د مقابل کے زاویہ سے بحکم (۱۲ ش ۱ م) کے نکالا گیا ہے

تو مربع ضلع ا س کا کہ مقابل زاویہ ب کے ہے چھوٹا ہوگا س ب اور ب ا کے مربعوں سے بقدر دو چند سطح س ب اور ب د کے



اول فرض کرو کہ عمود ا د مثلث کے اندر واقع ہوتا ہی

چونکہ خط مستقیم ب س دو حصوں میں نقطہ د پر تقسیم ہوتا ہی

تو بحکم (۷ ش ۲ م) کے س ب اور ب د کے مربعے ملکر برابر ہیں دو چند سطح س ب اور ب د مع مربع د س کے

ان مساویوں میں سی ہر ایک پر ا د کا مربع زیادہ کرو

تو س ب اور ب د اور د ا کے مربعے برابر ہوئے دو چند سطح ب س اور ب د اور مربعات ب س اور ا د کے

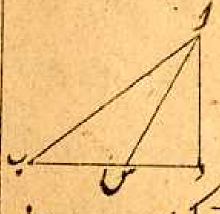
لیکن بحکم (۴۷ ش ۱ م) کے مربع ا ب کا برابر ہے ب د اور د ا کے مربعوں کے اسواسطے کہ زاویہ ب د ا قائمہ ہے

اور ا س کا مربع برابر ہے س د اور د ا کے مربعوں کے

اسیواسطے س ب اور ب ا کے مربعے برابر ہوئے ا س کے مربع اور دو چند سطح ب س اور ب د کے

یعنے ا س کا مربع س ب اور ب ا کے مربعوں سے بقدر دو چند سطح ب س اور ب د کی چھوٹا ہی

صورت دوم فرض کرو کہ عمود ا د باہر مثلث ا ب س کے واقع ہوتا ہی



چونکہ زاویہ د کا قائمہ ہے

تو بحکم (۱۶ ش ۱ م) کے زاویہ ا س ب بڑا ایک قائمہ سے ہوگا

اور اسیواسطے بحکم (۱۲ ش ۲ م) کے ا ب کا مربع برابر ہوگا ا س اور س ب کے مربعوں اور دو چند سطح ب س اور س د کے

ان مساویوں میں سے ہر ایک پر ب س کا مربع زیادہ کرو

تو د ب اور ب س کا مربعے برابر ہوئی ا س کے مربع اور ب س کے دو چند مربع اور دو چند سطح
ب س اور س د کے

لیکن اس سبب سے کہ خط مستقیم ب د دو حصوں میں نقطہ س پر تقسیم ہوا ہے

تو بحکم (۴ ش ام) کے سطح د ب اور ب س کی برابر ہے سطح ب س اور س د اور مربع ب س کے

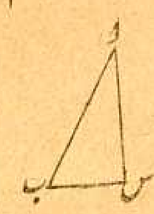
پس دو چند بھی انکے برابر ہونگے

یعنی دو چند سطح د ب اور ب س کی برابر ہوئی دو چند سطح ب س اور س د اور دو چند مربع ب س کی

اسیواسطی ا ب اور ب س کا مربعے برابر ہوئی مربع ا س اور دو چند سطح د ب اور ب س کے

یعنی اکیلا مربع ا س کا ا ب اور ب س کے مربعوں سے بقدر دو چند سطح د ب اور ب س کے کم ہے

صورت آخر فرض کرو ضلع ا س عمود ب س پر واقع ہوتا ہے



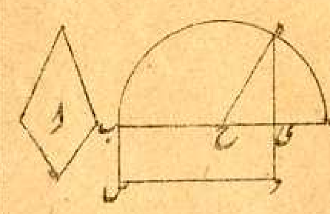
تو ب س وہ خط مستقیم ہے جو درمیان عمود اور زاویہ ب کے واقع ہے

اور یہہ بات ظاہر ہے کہ بحکم (۴۷ ش ام) کی ا ب اور ب س کا مربعے

برابر ہیں ا س کے مربع اور دو چند مربع ب س کے

اسیواسطی کسی مثلث میں الخ یہی ثابت کرنا تھا

چودہویں شکل عملی



ایک مربع بناؤ جو برابر ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع معلوم کے ہو

فرض کرو کہ ا شکل مستقیمۃ الاضلاع معلوم ہے

مطلوب یہہ ہے کہ ایک مربع برابر ا کے بناؤں

بحکم (۴۵ ش ام) کی متوازی الاضلاع قائم الزوایا ب س د ی برابر ا کے بناؤ

پس اگر اضلاع ب ی اور ی د آپسمیں برابر ہوں

تو ب ی س د مربع ہے اور دعوے ثابت

لیکن اگر ب ی اور ی د آپسمیں برابر نہوں

تو ادونمیں سے کسی ایک ضلع ب ی کو ف تک خارج کرو اور ی ف برابر ی د کے بناؤ

اور بحکم (۱۰ ش ام) کے ب ف کو نقطہ ح پر تنصیف کرو

اور مرکز ح اور ح ب یا ح ف کے بعد پر نصف دائرہ ب ہ ف کھینچو

اور د ی کو خارج کرو کہ محیط دائرہ سے نقطہ ہ پر ملے

تو مربع ی ہ کا برابر شکل مستقیمۃ الاضلاع معلوم ا کے ہوگا

ملاؤ ح ہ

چونکہ خط مستقیم ب ف نقطہ ح پر دو مساوی حصوں میں اور نقطہ ی پر دو غیر مساوی حصوں میں
تقسیم کیا گیا ہے

تو بحکم (۵ ش ام) کے سطح ب ی اور ی ف کی مع ح ی کے مربع کے برابر ہے
ح ف کے مربع کے

لیکن بحکم (۱۵ احد ام) کی ح ف برابر ہے ح ہ کے

تو سطح ب ی اور ی ف کی مع ح ی کے مربع کے برابر ہے ح ہ کے مربع کے

لیکن بحکم (۴۷ ش ام) کی ح ہ کا مربع برابر ہے ح ی اور ی ہ کے مربعوں کے

اسیواسطے سطح ب ی اور ی ف کی مع مربع ح ی کے برابر ہوئی مربعات ح ی
اور ی ہ کے

مربع ح ی کو جو دو مساویوں میں مشترک ہے ساقط کرو

تو سطح ب ی اور ی ف کے برابر ہوئی ی ہ کے مربع کے

لیکن سطح ب ی اور ی ف کی متوازی الاضلاع ب د ہے

اسواسطے کہ ی ف برابر ہے ی د کے

اسیواسطی ب د برابر ہے مربع ی ہ کے

لیکن ب د برابر مستقیمۃ الاضلاع ا کے بنائی ہے

اسواسطے مربع ی آ ہ کا برابر شکل مستقیم الاضلاع آکے ہوا
اسیواسطے شکل مستقیم الاضلاع معلوم آکی برابر ایک مربع بن گیا جو ی ہ پر بنایا جائے

تمام شد مقالہ دوم

تمام شد مقالہ دوم